

Devoir Maison :

Ensembles de nombres

Nom :
Prénom :
Classe :

Regroupement des nombres

1) Rappeler les quatre ensembles de nombres auxquels appartiennent les nombres connus.

Définition

On appelle **nombre décimal** tout nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule. On note \mathbb{D} l'ensemble des nombres décimaux.

- 2) a) Un nombre décimal est-il un nombre entier relatif? Expliquer pourquoi.
b) Un nombre entier relatif est-il un nombre décimal? Expliquer pourquoi.
c) Un nombre décimal est-il un nombre rationnel? Expliquer pourquoi.
d) Un nombre rationnel est-il un nombre décimal? Expliquer pourquoi.
e) Écrire, comme dans le cours, une suite d'inclusions entre \mathbb{D} et les quatre ensembles de la première question.

Nombres rationnels

Propriété

Tout nombre réel admet au moins un développement décimal. Si une partie de ce développement se répète, on la souligne. Par exemple :

$$1 = 1, \underline{0}\dots \text{ et } \frac{2}{21} = 0,09\underline{52380}\dots$$

3. a) Donner le développement décimal de $\frac{1}{3}$.
b) Calculer $3 \times 0, \underline{3}\dots$
c) En déduire que $0, \underline{9}\dots = 1$

Nous venons de montrer qu'il existe des nombres réels qui ont deux développements décimaux.

4. a) En posant la division de 5 par 7, trouver le développement décimal de $\frac{5}{7}$.
b) Expliquer pourquoi le développement décimal de $\frac{8}{13}$ se termine par une séquence d'au plus 13 chiffres qui se répètent à l'infini.

Le but de la question précédente est de comprendre la propriété suivante :

Propriété

Caractérisation des nombres rationnels : les nombres rationnels sont les nombres dont le développement décimal a des chiffres qui finissent par se répéter.

Il reste à prouver que les nombres dont le développement décimal a des chiffres qui finissent par se répéter sont bien des nombres rationnels.

5. a) Trouver, à l'aide de la calculatrice, les développements décimaux de $\frac{5}{9}$, $\frac{12}{99}$ et $\frac{456}{999}$.
b) Considérons par exemple le nombre $x = 0, \underline{48}$
 - 1) Quelle est la valeur de $100x - 48$?
 - 2) Écrire l'équation obtenue grâce à la question précédente.
 - 3) En résolvant l'équation précédente, montrer que x est un nombre rationnel.
 - 4) De façon analogue, montrer que le nombre $y = 146, 52\underline{48}...$ est aussi un nombre rationnel.
6. Il existe des nombres dont la partie décimale ne se répète jamais : ces nombres ne sont pas rationnels. Expliquer une méthode pour obtenir un tel nombre. On attend dans votre réponse une méthode pour « construire » un tel nombre réel.