

Séquence XX – Équations différentielles



Exercice 1

1. Déterminer deux solutions de l'équation différentielle : $y'' = -3y$.
2. Déterminer deux solutions de l'équation différentielle : $y' = 2x + 3$

Solution de l'exercice 1

1. Deux solutions de $y'' = -3y$

- $y_1(x) = \cos(x\sqrt{3})$
- $y_2(x) = \sin(x\sqrt{3})$

Pour information : la solution générale est :

$$y(x) = A \cos(x\sqrt{3}) + B \sin(x\sqrt{3})$$

où $(A, B) \in \mathbb{R}^2$.

2. Deux solutions de $y' = 2x + 3$

Cela revient à chercher des primitives de $x \mapsto 2x + 3$.

Deux solutions particulières :

- $y_1(x) = x^2 + 3x$
- $y_2(x) = x^2 + 3x + 1$



Exercice 2

Déformation d'une poutre

Une poutre de longueur ℓ est symétrique par rapport à un plan passant par le milieu de la poutre. En prenant comme origine une de ses extrémités, l'abscisse x d'un point vérifie : pour tout $x \in \left[0; \frac{\ell}{2}\right]$, on a : $f''(x) = -kx$.

Exprimer, pour tout $x \in \left[0; \frac{\ell}{2}\right]$, $f(x)$ en fonction de $f(0)$ et de $f'\left(\frac{\ell}{2}\right)$.

Solution de l'exercice 2

 On intègre deux fois :

$$f''(x) = -kx$$

$$f'(x) = -\frac{kx^2}{2} + C_1$$

$$f(x) = -\frac{kx^3}{6} + C_1x + C_0$$

On a $C_0 = f(0)$ et $f'\left(\frac{\ell}{2}\right) = -\frac{k\ell^2}{8} + C_1$, on en déduit :

$$C_1 = f'\left(\frac{\ell}{2}\right) + \frac{k\ell^2}{8}$$

Donc :

$$f(x) = -\frac{kx^3}{6} + \left(f'\left(\frac{\ell}{2}\right) + \frac{k\ell^2}{8}\right)x + f(0)$$



Exercice 3

Désintégration du Radium

Le Radium a une vitesse de désintégration proportionnelle à sa masse m , qui vérifie donc l'équation différentielle $m' = km$, où k est un réel fixé.

Sachant que sa masse diminue de 0,043 % par an, déterminer au bout de combien d'années le Radium aura perdu la moitié de sa masse initiale.

Solution de l'exercice 3

On a : $m(t) = Ce^{kt}$, et

$$m(t+1) = 0,99957 m(t) \text{ donc } e^k = 0,99957$$

$$\text{donc } k = \ln(0,99957)$$

On cherche T tel que $m(t+T) = \frac{1}{2}m(t)$, donc

$$e^{kT} = \frac{1}{2} \text{ donc } kT = -\ln(2)$$

$$\text{donc } T = \frac{-\ln(2)}{k}$$

$$\text{donc } T \approx \frac{-\ln(2)}{\ln(0,99957)} \approx 1611,62 \text{ ans}$$

Ce qui correspond à environ 1611 ans, 227 jours, 14 heures, 38 minutes et 22 secondes.



Exercice 4

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$2y' + y = 0$$

Déterminer la solution particulière f dont la représentation graphique passe par le point $A(2; 1)$.

Solution de l'exercice 4

 On réécrit l'équation : $y' = -\frac{1}{2}y$. Solution générale :

$$y(x) = Ce^{-x/2}$$

On sait que $f(2) = 1$, i.e. $Ce^{-1} = 1$, ou encore $C = e$. D'où :

$$f(x) = e^{1-x/2}$$



Exercice 5

1. Résoudre l'équation différentielle

$$(E) : y' + 2y = 0$$

2. Déterminer la solution particulière de la forme $y_0 = a \sin x + b \cos x$, de l'équation différentielle

$$(F) : y' + 2y = \sin x$$

3. En déduire la solution générale de (F)
4. Déterminer la solution de (F) vérifiant

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Solution de l'exercice 5

1. Les solutions de $y' + 2y = 0$ sont $y = Ce^{-2x}$.
2. On pose $y_0 = a \sin x + b \cos x$.
Alors $y'_0 = a \cos x - b \sin x$. En remplaçant dans (F) :

$$a \cos x - b \sin x + 2(a \sin x + b \cos x) = \sin x$$

Par identification :

$$\begin{cases} a + 2b = 0 \\ -b + 2a = 1 \end{cases} \quad \text{donc } a = -\frac{2}{5}, \quad b = \frac{1}{5}$$

3. Solution générale de (F) :

$$y(x) = Ce^{-2x} - \frac{2}{5} \sin x + \frac{1}{5} \cos x$$

4. On impose $f(\pi/2) = 0$:

$$0 = Ce^{-\pi} - \frac{2}{5} \times 1 + \frac{1}{5} \times 0 \quad \text{donc } C = \frac{2}{5}e^{\pi}$$

Donc la solution est :

$$f(x) = \frac{2}{5}e^{\pi-2x} - \frac{2}{5} \sin x + \frac{1}{5} \cos x$$



Exercice 6

Déterminer la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle :

$$y' - 2y = x - 2$$

et vérifiant $f(1) = 2$.

On cherchera une solution particulière affine.

Solution de l'exercice 6

- On cherche une solution particulière affine sous forme affine :

$$y_p = ax + b$$

- Alors $y'_p = a$ et l'équation donne :

$$a - 2(ax + b) = x - 2$$

c'est-à-dire

$$-2ax + a - 2b = x - 2$$

Par identification : $-2a = 1$, donc $a = -\frac{1}{2}$ et $a - 2b = -2$ donc $-\frac{1}{2} - 2b = -2$, donc $b = \frac{3}{4}$.

- Solution générale :

$$y(x) = Ce^{2x} - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}, C \in \mathbb{R}$$

- On impose $f(1) = 2$, donc $Ce^2 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 2$, et donc

$$C = \frac{7}{4e^2}$$

On en conclut que $f(x) = \frac{7}{4}e^{2x-2} - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$



Exercice 7

Soit (E) une équation différentielle d'ordre 1 à coefficients constants avec second membre. Soient f et g deux solutions particulières de (E) , distinctes.

Déterminer en fonction de f et g la solution générale de (E) .

Solution de l'exercice 7 Une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants avec second membre s'écrit sous la forme :

$$(E) : y' + ay = b(x)$$

où $a \in \mathbb{R}$ est une constante et b est une fonction donnée. La solution générale de (E) est de la forme :

$$y = y_h + y_p$$

où :

- y_h est la solution générale de l'équation homogène $(H) : y' + ay = 0$
- y_p est une solution particulière de (E)

Résolution

Soit f et g deux solutions particulières distinctes de (E) . Cela signifie que :

$$f' + af = b(x) \quad (1)$$

$$g' + ag = b(x) \quad (2)$$

Étape 1 : Trouvons une solution de l'équation homogène.

En soustrayant l'équation (2) de l'équation (1), on obtient :

$$(f' - g') + a(f - g) = 0$$

$$(f - g)' + a(f - g) = 0$$

Puisque f et g sont distinctes, on a $f - g \neq 0$. Donc $h = f - g$ est une solution non nulle de l'équation homogène (H) .

Étape 2 : Déterminons la solution générale de (H) .

La solution générale de (H) est : $y_h = Ce^{-ax}$ où C est une constante réelle quelconque.

Or, nous avons montré que $h = f - g$ est une solution de (H) . Donc :

$$f(x) - g(x) = C_0 e^{-ax}$$

pour une certaine constante $C_0 \neq 0$ (car $f \neq g$).

Par conséquent, toute solution de (H) peut s'écrire :

$$y_h = Ce^{-ax} = \frac{C}{C_0} \times C_0 e^{-ax} = \frac{C}{C_0} \times (f - g)$$

En posant $\lambda = \frac{C}{C_0}$, et comme C parcourt $\mathbb{R}$, alors λ parcourt aussi $\mathbb{R}$.

Conclusion : La solution générale de (H) est :

$$y_h = \lambda(f - g), \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Étape 3 : La solution générale de (E) est :

$$y = y_h + y_p = \lambda(f - g) + g$$

où g et f est une solution particulière de (E) .

Conclusion

La solution générale de (E) en fonction de f et g est :

$$y(x) = \lambda(f(x) - g(x)) + g(x), \quad \lambda \in \mathbb{R}$$



Exercice 8

Un réservoir est rempli de 20 litres d'un gaz contenant 80 % d'azote et 20 % d'oxygène.

1. **Évolution discrète :** toutes les secondes, on ajoute 5 litres d'azote et on retire 5 litres de mélange. Soit a_n la proportion d'azote dans le réservoir au bout de n secondes.

- (a) Montrer que : $a_{n+1} = 0,8a_n + 0,2$
- (b) Montrer que la suite $(b_n) = (a_n - 1)$ est géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme b_0 .
- (c) Exprimer a_n en fonction de n
- (d) Déterminer au bout de combien de secondes le réservoir contient au moins 99 % d'azote.

2. **Évolution continue :** on ajoute de façon continue une certaine quantité d'azote et on retire la même quantité de mélange. Soit $A(x)$ la proportion d'azote après x secondes.

- (a) Montrer que : $A'(x) + 0,2A(x) = 0,2$
- (b) Résoudre cette équation avec la condition initiale $A(0) = 0,8$
- (c) Déterminer après combien de temps le réservoir contient au moins 99 % d'azote.

Solution de l'exercice 8

1. (a) Chaque seconde, on ajoute 5 litres purs d'azote, puis on retire $\frac{5}{25}$ du mélange. Donc

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= \left(\frac{20a_n + 5}{25} \right) \times \left(1 - \frac{5}{25} \right) \\ &= (a_n + 0,25) \times 0,8 \\ &= 0,8a_n + 0,2 \end{aligned}$$

(b) $b_n = a_n - 1$, donc

$$\begin{aligned} b_{n+1} &= 0,8a_n + 0,2 - 1 \\ &= 0,8(b_n + 1) - 0,8 \\ &= 0,8b_n \end{aligned}$$

Donc (b_n) est géométrique de raison 0,8, avec $b_0 = 0,8 - 1 = -0,2$

- (c) $b_n = -0,2 \times (0,8)^n$ donc $a_n = 1 - 0,2 \times (0,8)^n$
- (d) On veut $a_n \geq 0,99$, donc

$$1 - 0,2(0,8)^n \geq 0,99$$

et donc

$$(0,8)^n \leq 0,05$$

donc

$$n \geq \frac{\ln(0,05)}{\ln(0,8)} \approx 13,4$$

car $\ln(0,8) < 0$ / Donc à partir de 14 secondes.

2. (a) On écrit $A'(x) + 0,2A(x) = 0,2$

(b) **Question 2.b : Résolution de l'équation différentielle**

L'équation est : $A'(x) + 0,2A(x) = 0,2$ avec $A(0) = 0,8$.

Méthode 1 : Solution générale + solution particulière

- **Équation homogène :**

$$A'(x) + 0,2A(x) = 0$$

$$\text{Solution : } A_h(x) = Ce^{-0,2x}$$

- **Solution particulière :**

$$\text{On cherche une constante : } A_p(x) = k$$

$$0 + 0,2k = 0,2 \Rightarrow k = 1$$

- **Solution générale :**

$$A(x) = Ce^{-0,2x} + 1$$

Condition initiale :

$$A(0) = C + 1 = 0,8 \Rightarrow C = -0,2$$

$$A(x) = 1 - 0,2e^{-0,2x} = 1 - \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}$$

Séquence XX – Équations différentielles

exercices supplémentaires



Exercice 9

Dissolution du sucre

Du sucre se dissout dans l'eau à une vitesse proportionnelle à la quantité non encore fondue. Au bout de trois heures, il reste 15 kg de sucre sur les 50 kg initiaux.

En combien de temps 80 % de la quantité initiale seront-ils fondus ?

Solution de l'exercice 9 Posons $m(t)$ la masse de sucre restante à l'instant t . L'équation est :

$$m'(t) = -k \times m(t)$$

Donc :

$$m(t) = 50e^{-kt}$$

On sait que :

$$\begin{aligned} 50e^{-3k} &= 15 \text{ donc } e^{-3k} = \frac{3}{10} \\ \text{donc } -3k &= \ln\left(\frac{3}{10}\right) \\ \text{donc } k &= -\frac{1}{3} \ln\left(\frac{3}{10}\right) \end{aligned}$$

On cherche t tel que $m(t) = 10$ (car 80% fondus signifie 10 kg restants)

$$\begin{aligned} 50e^{-kt} &= 10 \text{ donc } e^{-kt} = \frac{1}{5} \\ \text{donc } -kt &= \ln\left(\frac{1}{5}\right) \\ \text{donc } kt &= \ln(5) \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} t &= \frac{\ln(5)}{k} = \frac{\ln(5)}{-\frac{1}{3} \ln\left(\frac{3}{10}\right)} \\ &= \frac{3 \ln(5)}{-\ln\left(\frac{3}{10}\right)} \end{aligned}$$



Exercice 10

Les **deux** questions peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

1. On considère les équations différentielles

$$(1) : y' + 2y = 0 \text{ et } (2) : y' + y = 0$$

La fonction f est la somme d'une solution quelconque f_1 de (1) et d'une solution quelconque f_2 de (2). Donner l'expression de $f(x)$ pour tout réel x .

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = ae^{-2x} + be^{-x}$$

où a et b sont deux constantes réelles. La tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 0 est la droite d'équation : $y = (2e - 2)x + (1 - 2e)$

(a) Donner les valeurs exactes de $g(0)$ et de $g'(0)$.

(b) Exprimer $g(0)$ et $g'(0)$ en fonction de a et b . En déduire a et b .

Solution de l'exercice 10

1. Les solutions de l'équation différentielle

$$(1) : y' + 2y = 0$$

sont les fonctions f_1 définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f_1(x) = C_1 e^{-2x}$$

et celles de

$$(2) : y' + y = 0$$

sont f_2 définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f_2(x) = C_2 e^{-x}$$

Donc pour tout réel x ,

$$f(x) = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$$

2. (a) La tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 0 a pour équation :

$$y = g'(0)x + g(0)$$

On a : $g(0) = 1 - 2e$ et $g'(0) = -2 + 2e$.

(b) Pour tout x ,

$$g'(x) = -2ae^{-2x} - be^{-x}$$

donc $g'(0) = -2a - b$. $g(0) = a + b$. On obtient le système :

$$\begin{cases} a + b = 1 - 2e \\ -2a - b = -2 + 2e \end{cases}$$

qui équivaut à $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2e \end{cases}$

Exercice 11

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f''(x) - f(-x) = x$$

On pose :

$$g(x) = f(x) + f(-x)$$

$$h(x) = f(x) - f(-x) - 2x$$

1. Calculer $g'(x)$, $g''(x)$, $h'(x)$, $h''(x)$. En déduire des équations différentielles vérifiées par les fonctions g et h .
2. Déterminer les solutions paires de $g'' = g$ et impaires de $h'' = -h$
3. En déduire l'expression générale de f

Solution de l'exercice 11

1. Dérivées :

$$g'(x) = f'(x) - f'(-x), \quad g''(x) = f''(x) + f''(-x)$$

On utilise $f''(x) = x + f(-x)$, donc :

$$\begin{aligned} g''(x) &= x + f(-x) + (-x + f(x)) \\ &= f(x) + f(-x) \\ &= g(x) \end{aligned}$$

Pour $h(x) = f(x) - f(-x) - 2x$, on a

$$h'(x) = f'(x) + f'(-x) - 2$$

Alors

$$\begin{aligned} h''(x) &= f''(x) - f''(-x) \\ &= x + f(-x) - (-x + f(x)) \\ &= 2x + f(-x) - f(x) \end{aligned}$$

Or $h(x) = f(x) - f(-x) - 2x$, donc

$$-h(x) = -f(x) + f(-x) + 2x = h''(x)$$

2. Solutions paires de $g'' = g$: $g(x) = A \cosh x$.
Solutions impaires de $h'' = -h$: $h(x) = B \sinh x$
3. On a :

$$f(x) = \frac{g(x) + h(x) + 2x}{2} = \frac{A \cosh x + B \sinh x + 2x}{2}$$



Exercice 12

Résolution de l'équation différentielle

$$(1) : y' - 2y = xe^x$$

1. Résoudre l'équation différentielle

$$(2) : y' - 2y = 0$$

où y désigne une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. Soient a et b deux réels et soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = (ax + b)e^x$.
 - (a) Déterminer a et b pour que u soit solution de l'équation (1).
 - (b) Montrer que v est solution de (1) si et seulement si $v - u$ est solution de (2).
 - (c) En déduire les solutions de l'équation (1).
3. Déterminer la solution de l'équation (1) qui s'annule en 0.

Solution de l'exercice 12

1. L'équation différentielle (2) : $y' - 2y = 0$ a pour solutions les fonctions y définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$y(x) = Ce^{2x}$$

2. (a) u , produit de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x ,

$$u'(x) = (ax + (a + b))e^x$$

u est solution de (1) si et seulement si pour tout réel x ,

$$u'(x) - 2u(x) = xe^x$$

c'est-à-dire si et seulement si pour tout réel x , $-ax + a - b = x$, c'est-à-dire si et seulement si $a = -1$ et $b = -1$.

- (b) $v - u$ est solution de (2) si et seulement si

$$(v - u)' - 2(v - u) = 0$$

c'est-à-dire

$$v' - 2v = u' - 2u$$

Or $u'(x) - 2u(x) = xe^x$. Donc $v - u$ est solution de (2) si et seulement si $v'(x) - 2v(x) = xe^x$, c'est-à-dire v est solution de (1).

- (c) Les solutions de (1) sont donc les fonctions v définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$v(x) = Ce^{2x} + (-x - 1)e^x$$

3. Déterminons C pour que $v(0) = 0$.

On a alors $C - 1 = 0$. Donc la solution de l'équation (1) qui s'annule en 0 est la fonction v définie sur $\mathbb{R}$ par : $v(x) = e^{2x} + (-x - 1)e^x$.

Exercice 13

Un mobile M se déplace sur une voie rectiligne. Sa position à l'instant t est repérée par sa distance en mètres $y(t)$ à l'origine O . Le temps t est exprimé en secondes et appartient à $[0; +\infty[$. L'équation différentielle qui régit le mouvement de ce mobile est

$$(E) : 20y'' + 300y' = 60$$

1. On note $v(t)$ la vitesse du mobile M à l'instant t et on rappelle que : $v(t) = y'(t)$.

(a) Montrer que y est solution de (E) si et seulement si v est solution de l'équation différentielle :

$$(F) : v' = -15v + 3$$

(b) Résoudre (F) .

2. On suppose qu'à l'instant $t = 0$, on a : $y(0) = 0$ et $y'(0) = 0$.

(a) Calculer, pour tout réel positif t , $y'(t)$.

(b) En déduire que, pour tout réel positif t :

$$y(t) = \frac{t}{5} + \frac{1}{75}e^{-15t} - \frac{1}{75}$$

3. Calculer : $\mathcal{V} = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$. Pour quelles valeurs de t la vitesse du mobile M est-elle inférieure ou égale à 90 % de sa valeur $\mathcal{V}$?

4. Quelle est la distance parcourue par le mobile M au bout d'une minute ? On exprimera cette distance en mètres au décimètre près.

- (b) L'équation (F) s'écrit : $v' = -15v + 3$.

Il s'agit d'une équation différentielle linéaire du premier ordre de la forme $v' = av + b$ avec $a = -15$ et $b = 3$.

La solution particulière constante est

$$v_0 = \frac{b}{-a} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

L'ensemble des solutions de l'équation homogène $v' = -15v$ est : $v_h(t) = Ce^{-15t}$ où $C \in \mathbb{R}$.

L'ensemble des solutions de (F) est donc :

$$v(t) = Ce^{-15t} + \frac{1}{5}$$

où C est une constante réelle arbitraire.

2. (a) On utilise la condition initiale $v(0) = y'(0) = 0$.

D'après la question précédente :

$$v(t) = Ce^{-15t} + \frac{1}{5}$$

$$\text{Donc : } v(0) = Ce^0 + \frac{1}{5} = C + \frac{1}{5} = 0$$

$$\text{D'où : } C = -\frac{1}{5}$$

Par conséquent, pour tout réel positif t :

$$y'(t) = v(t) = -\frac{1}{5}e^{-15t} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(1 - e^{-15t})$$

- (b) La fonction y est une primitive de la fonction y' sur $\mathbb{R}^+$.

Une primitive de $\frac{1}{5}(1 - e^{-15t})$ est :

$$\frac{t}{5} + \frac{1}{75}e^{-15t}$$

Donc :

$$y(t) = \frac{t}{5} + \frac{1}{75}e^{-15t} + C$$

où C est une constante réelle.

En utilisant la condition initiale $y(0) = 0$:

$$y(0) = \frac{0}{5} + \frac{1}{75}e^0 + C = \frac{1}{75} + C = 0$$

$$\text{D'où : } C = -\frac{1}{75}$$

Par conséquent, pour tout réel positif t :

$$y(t) = \frac{t}{5} + \frac{1}{75}e^{-15t} - \frac{1}{75}$$

3. On calcule la limite :

$$\mathcal{V} = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{5}(1 - e^{-15t}) = \frac{1}{5}(1 - 0) = \frac{1}{5}$$

$$\text{Donc } \mathcal{V} = \frac{1}{5} \text{ m/s.}$$

On cherche pour quelles valeurs de t on a :

$$v(t) \leq 0,9\mathcal{V}$$

Solution de l'exercice 13

1. (a) On a posé $v = y'$ donc $v' = y''$.

y est solution de (E) si et seulement si

$$20y'' + 300y' = 60$$

c'est-à-dire si et seulement si

$$20v' + 300v = 60$$

En divisant par 20, on obtient :

$$v' + 15v = 3$$

d'où

$$v' = -15v + 3$$

Par conséquent, y est solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si v est solution de l'équation différentielle $(F) : v' = -15v + 3$.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{5}(1 - e^{-15t}) &\leq 0,9 \times \frac{1}{5} \iff 1 - e^{-15t} \leq 0,9 \\
&\iff -e^{-15t} \leq -0,1 \\
&\iff e^{-15t} \geq 0,1 \\
&\iff -15t \geq \ln(0,1) \\
&\iff -15t \geq -\ln(10) \\
&\iff t \leq \frac{\ln(10)}{15}
\end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(10)}{15} \approx 0,154$ secondes.

Donc : $t \in \left[0; \frac{\ln(10)}{15}\right]$.

4. Au bout d'une minute, soit $t = 60$ secondes :

$$\begin{aligned}
y(60) &= \frac{60}{5} + \frac{1}{75}e^{-15 \times 60} - \frac{1}{75} \\
&= 12 + \frac{1}{75}e^{-900} - \frac{1}{75} \\
&= 12 + \frac{1}{75}(e^{-900} - 1)
\end{aligned}$$

Or e^{-900} est un nombre extrêmement proche de 0 (pratiquement nul).

Donc :

$$\begin{aligned}
y(60) &\approx 12 + \frac{1}{75}(0 - 1) \\
&= 12 - \frac{1}{75} \\
&\approx 12 - 0,013 \\
&\approx 11,987 \text{ mètres}
\end{aligned}$$

La distance parcourue au bout d'une minute est d'environ 12,0 mètres (au décimètre près).