



Exercices

Exercice 1 : d'après BAC Juin 2021 Asie

Commun à tous les candidats

Une société de jeu en ligne propose une nouvelle application pour smartphone nommée « Tickets coeurs! ».

Chaque participant génère sur son smartphone un ticket comportant une grille de taille 3×3 sur laquelle sont placés trois cœurs répartis au hasard, comme par exemple ci-dessous.

	♥	
♥		
		♥

Le ticket est gagnant si les trois cœurs sont positionnés côte à côte sur une même ligne, sur une même colonne ou sur une même diagonale.

1. Justifier qu'il y a exactement 84 façons différentes de positionner les trois cœurs sur une grille.
2. Montrer que la probabilité qu'un ticket soit gagnant est égale à $\frac{2}{21}$.
3. Lorsqu'un joueur génère un ticket, la société prélève 1 € sur son compte en banque. Si le ticket est gagnant, la société verse alors au joueur 5 €. Le jeu est-il favorable au joueur ?
4. Un joueur décide de générer 20 tickets sur cette application. On suppose que les générations des tickets sont indépendantes entre elles.
 - (a) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui compte le nombre de tickets gagnants parmi les 20 tickets générés.
 - (b) Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , de l'évènement $(X = 5)$.
 - (c) Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , de l'évènement $(X \geq 1)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.



Exercices (Correction)

Corrigé de l'exercice :

Commun à tous les candidats

1. Il y a $C_9^3 = \frac{9!}{3! \times (9-3)!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84$ façons différentes de choisir 3 cases différentes parmi 9.
2. Il y a 3 lignes, 3 colonnes et 2 diagonales donc 8 combinaisons gagnantes.
La probabilité qu'un ticket soit gagnant est égale à $\frac{8}{84} = \frac{4 \times 2}{4 \times 21} = \frac{2}{21}$.
3. Soit X la variable aléatoire égale au montant algébrique de la somme gagnée.
On a $P(X = 4) = \frac{2}{21}$ et $P(X = -1) = \frac{19}{21}$.
On a donc $E(X) = 4 \times \frac{2}{21} + (-1) \times \frac{19}{21} = \frac{8 - 19}{21} = -\frac{11}{21} \approx -0,524$.
En moyenne sur un grand nombre de parties un joueur perd 58 centimes d'euro par partie. Le jeu est défavorable au joueur.
4. (a) La variable aléatoire X qui compte le nombre de tickets gagnants parmi les 20 tickets générés suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = \frac{2}{21}$.
(b) On a $p(X = 5) = \binom{20}{5} \times \left(\frac{2}{21}\right)^5 \times \left(\frac{19}{21}\right)^{20-5} \approx 0,0271$, soit 0,027 à 10^{-3} près.
(c) On a $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \left(\frac{2}{21}\right)^0 \times \left(\frac{19}{21}\right)^{20} \approx (1 - 0,1351) \approx 0,8649$ soit 0,865 à 10^{-3} près.