

croissance

4) $i(x) = x \ln(x) - \ln(x+1)$. $Di = \mathbb{R}_+^*$

sera

théorème

• Soit x au voisinage de 0^+ :

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0^+$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} -\ln(x+1) = 0$

par croissance comparée.

Par somme: $\lim_{x \rightarrow 0^+} i(x) = 0$

• Soit x au voisinage de $+\infty$:

par croissance comparée

$x \ln(x) - \ln(x+1) = x \left(\ln(x) - \frac{\ln(x+1)}{x} \right)$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\ln(x+1)}{x} = 0$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

• Par somme: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln(x) - \frac{\ln(x+1)}{x} \right) = +\infty$

• Par produit: $\lim_{x \rightarrow +\infty} i(x) = +\infty$



$$h(x) = e^{-x} \ln(x) = \frac{\ln(x)}{e^x} \times \frac{e^x}{e^x}$$

$$D_h =]0, +\infty[$$

→ Au voisinage de 0^+ :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-x} = 1$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$$

Donc par produit, $\boxed{\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = -\infty}$

→ Au voisinage de $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0^+ \text{ par croissance comparée}$$

$$\text{Donc } 0 < h(x) < x-1 < x$$

$$\text{i.e. } \frac{0}{e^x} < \frac{h(x)}{e^x} < \frac{x}{e^x}$$

$$\text{i.e. } 0 < \ln(x)e^{-x} < \frac{x}{e^x}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 0 = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0^+ \text{ par croissance comparée}$$

Donc d'après le théorème des gendarmes:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0}$$

4) $u(x)$

• Soit

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} \text{ par}$$

Par se

• Soit x

$$\text{par croissance comparée } x \ln(x)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty}$$

• Par sou

• Par f



$$\frac{x^2 - 1}{x \ln(x)}$$

Ex 24:

eg) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x \ln(x)}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 - 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0^- \text{ par croissance comparée}$$

Par quotient

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x)} - \frac{1}{x \ln(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x \ln(x)} = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x)} = +\infty \text{ par croissance comparée}$$

Par somme,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x \ln(x)}$$

$$= \lim_{x-1 \rightarrow 0} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1+1) \ln(x-1+1)}$$

(*)

$$R(x) =$$

$$D_h = 10, \dots$$

→ Au vois

- b
- x-
- b
- x-

Donc

→ Au vois

- b
- x-