

Carnet d'astuces et bonnes idées



LYCÉE
FRANCO-ALLEMAND
BUC

DEUTSCH-FRANZÖSISCHES
GYMNASIUM BUC

MÉMENTO

	Niveau d'importance pour savoir quels exercices refaire en priorité.		
RÉFÉRENCE TD X, Ex X	— Technique stratégique —		— Point de vigilance —
Mots clés	Quelle a été LA « technique » qui m'a manquée pour résoudre l'exercice ?		Ne pas oublier cette hypothèse
Importance 1 2 3	Dans cette situation usuelle, utiliser ce théorème...		Éviter cet écueil
FAIT ☐ ☐ ☐ ☐ ☐			
Maîtriser à vie ☐			
	Définitivement acquis	L'astuce en quelques mots	Type d'erreur

Coche une case par tentative

Cas concret



CAS CONCRET

Cas concret. Imaginons cet exercice dans un TD :

Énoncé Calculer pour tout $x \geq 1$:

$$\int_1^x \ln(t) dt$$

Pour réussir, vous avez regardé la correction suivante :

Correction Soit $x \geq 1$. Utilisons le théorème d'intégration par parties (IPP).

Pour $t \in [1; x]$, posons $u(t) = \ln(t)$ et $v'(t) = 1$. Ainsi, $u'(t) = \frac{1}{t}$ et $v(t) = t$.

Les deux fonctions dérivables sur $[1; x]$ et de dérivée continue sur $[1; x]$, donc l'intégrale devient :

$$\int_1^x 1 \times \ln(t) dt = [t \ln(t)]_1^x - \int_1^x t \times \frac{1}{t} dt = (x \ln(x) - 1 \ln(1)) - (x - 1)$$

Donc :

$$\int_1^x \ln(t) dt = x \ln(x) - x + 1$$

Exemple de note dans le carnet :

RÉFÉRENCE TD1 Ex 1

Mots clés : IPP, Intégrales

.....

Importance : 1 ② 3

FAIT : ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Maîtriser à vie : ☐

—— Technique stratégique ——

→ Dans ce cas, avoir le réflexe de faire apparaître « $\times 1$ » pour reconnaître une IPP :

$$\int 1 \times f(t) dt = \int t' \times f(t) dt = \dots$$

— Point de vigilance —

Préciser que les fonctions sont dérivables et de dérivée continue pour appliquer l'IPP

→ On appelle ça des fonctions $\mathcal{C}^1$.

Les pages suivantes contiennent quelques exemples, Attention, ce ne sont que des exemples...

Ne prends pas cela pour un cours !

À toi de personnaliser ensuite.

Autres exemples



RÉFÉRENCE TD 5 Ex 7

Mots clés : inégalité
arithmético-géométrique
.....

Importance : 1 ② 3

FAIT : ☒ ☒ ☐ ☐ ☐

Maîtriser à vie : ☐

—— Technique stratégique ——

$$\text{Inégalité utile : } \frac{u+v}{2} \geq \sqrt{uv}$$

car si $u \geq 0$ et $v \geq 0$:

$$\begin{aligned} (\sqrt{u} - \sqrt{v})^2 \geq 0 &\iff u - 2\sqrt{u}\sqrt{v} + v \geq 0 \\ &\iff \frac{u+v}{2} \geq \sqrt{uv} \end{aligned}$$

$$\text{De même, } \frac{a^2+b^2}{2} \geq ab$$

—— Point de vigilance ——

RÉFÉRENCE TD 12 Ex 14

Mots clés : Calcul
.....

Importance : 1 ② 3

FAIT : ☒ ☒ ☒ ☐ ☐

Maîtriser à vie : ☐

—— Technique stratégique ——

→ Quand le numérateur et le dénominateur diffèrent de 1, on peut simplifier l'écriture suivante :

$$\begin{aligned} \text{Si } x \neq -1, \\ \frac{x}{1+x} &= \frac{1+x-1}{1+x} \\ &= 1 - \frac{1}{1+x} \end{aligned}$$

On peut généraliser le procédé

$$\begin{aligned} \frac{2x-3}{x+2} &= \frac{2x+4-7}{x+2} \\ &= 2 - \frac{7}{x+2} \end{aligned}$$

—— Point de vigilance ——

Avoir vérifié que le dénominateur ne s'annule pas !

RÉFÉRENCE DM 9

Mots clés : Limites
.....

Importance : ① 2 3

FAIT : ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Maîtriser à vie : ☐

—— Technique stratégique ——

Pour lever une indétermination de la forme « $\frac{\infty}{\infty}$ », il est souvent utile de factoriser par le terme dominant

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{1+e^x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{e^x}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

—— Point de vigilance ——

On ne peut pas dire que c'est la limite des monômes de plus haut degré, car ce n'est pas toujours une fraction rationnelle (cf exemple)

RÉFÉRENCE TD 2 Ex 3

Mots clés : Déterminants, Matrices compagne

.....

Importance : 1 ② 3

FAIT : ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Maîtriser à vie : ☒

—— Technique stratégique ——

Une primitive de $\frac{u'}{u}$ est $\ln |u|$

—— Point de vigilance ——

*Ne pas oublier la valeur absolue, et ne la retirer que lorsqu'on a précisé que $u > 0$.
Si $u < 0$, $\ln |u| = \ln (-u)$.*

RÉFÉRENCE Général

Mots clés : Méthode

.....

Importance : 1 2 ③

FAIT : ☒ ☒ ☒ ☒ ☐

Maîtriser à vie : ☒

—— Technique stratégique ——

Il y a au moins trois façons de montrer que $A = B$:

- *Par raisonnement direct :*

$$A = \dots = \dots = \dots = B$$

- *Par deux raisonnements successifs (si on est bloqué)*

$$A = \dots = \dots = C$$

et

$$B = \dots = \dots = C$$

- *Par différence : $A - B = 0$*

—— Point de vigilance ——

On pourrait montrer que

$$\frac{A}{B} = 1$$

mais il faut pour cela que $B \neq 0$.

On peut aussi penser à

$$A \leq B \text{ et } A \geq B$$

ou encore, si ce sont des entiers

$$A|B \text{ et } B|A$$

RÉFÉRENCE TD 1 Ex 9

Mots clés : Intégrale de Wallis

.....

Importance : 1 ② 3

FAIT : ☒ ☒ ☐ ☐ ☐

Maîtriser à vie : ☐

—— Technique stratégique ——

Pour intégrer $\sin^n$, on peut le voir comme $\sin \times \sin^{n-1}$ et effectuer une IPP

—— Point de vigilance ——

La dérivée de $\sin^{n-1}$ est $(n-1) \cos \times \sin^{n-2}$

TITRE DU CHAPITRE :

RÉFÉRENCE TD ... Ex ...	—— Technique stratégique ——	— Point de vigilance —
Mots clés :		
Importance : 1 2 3		
FAIT : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐		
Maîtriser à vie : ☐		

RÉFÉRENCE TD ... Ex ...	—— Technique stratégique ——	— Point de vigilance —
Mots clés :		
Importance : 1 2 3		
FAIT : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐		
Maîtriser à vie : ☐		

RÉFÉRENCE TD ... Ex ...	—— Technique stratégique ——	— Point de vigilance —
Mots clés :		
Importance : 1 2 3		
FAIT : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐		
Maîtriser à vie : ☐		

TITRE DU CHAPITRE :

RÉFÉRENCE TD ... Ex ...	—— Technique stratégique ——	— Point de vigilance —
Mots clés :		
Importance : 1 2 3		
FAIT : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐		
Maîtriser à vie : ☐		

RÉFÉRENCE TD ... Ex ...	—— Technique stratégique ——	— Point de vigilance —
Mots clés :		
Importance : 1 2 3		
FAIT : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐		
Maîtriser à vie : ☐		

RÉFÉRENCE TD ... Ex ...	—— Technique stratégique ——	— Point de vigilance —
Mots clés :		
Importance : 1 2 3		
FAIT : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐		
Maîtriser à vie : ☐		