

AUFGABE 1

14 Punkte

- 1) Im kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A (3 | 6 | -1), B (1 | 2 | 3) und C (5 | 4 | 7) gegeben.

- Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C ein Dreieck bilden.
- Zeigen Sie, dass dieses Dreieck gleichschenkelig-rechtwinklig mit einem rechten Winkel im Punkt B ist.
Zur Kontrolle: $\overline{BA} = 6 \text{ LE}$
- Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes D so, dass A, B, C und D Eckpunkte eines Quadrates sind.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Diagonalschnittpunktes M des Quadrats ABCD.
- Stellen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E auf, die das Quadrat ABCD enthält.
Zur Kontrolle: $E: -2x_1 + 2x_2 + x_3 - 5 = 0$

- 2) Auf der Senkrechten zur Ebene E durch den Diagonalschnittpunkt M des Quadrats ABCD liegen zwei Punkte S und S', deren Abstand zur Ebene E jeweils $\sqrt{18}$ Längeneinheiten beträgt.

Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte S und S'.

Zur Kontrolle: $S (4 - 2\sqrt{2} \mid 5 + 2\sqrt{2} \mid 3 + \sqrt{2})$

- 3) Das Quadrat ABCD bildet zusammen mit den Punkten S und S' ein regelmäßiges Oktaeder (siehe Abbildung 1). Berechnen Sie das Volumen des Oktaeders.

- 4) Das Oktaeder wird einem Würfel so einbeschrieben, dass die Eckpunkte des Oktaeders in den Mittelpunkten der Seitenflächen des Würfels liegen (siehe Abbildung 2).

Bestimmen Sie die Kantenlänge des Würfels.

- 5) Jeweils zwei Seitenflächen des Oktaeders sind parallel zueinander.

- Weisen Sie dies für die beiden Seitenflächen BCS und ADS' nach.
- Den Abstand zweier paralleler Seitenflächen eines Oktaeders nennt man „Dicke des Oktaeders“. Bestimmen Sie die Dicke des Oktaeders.

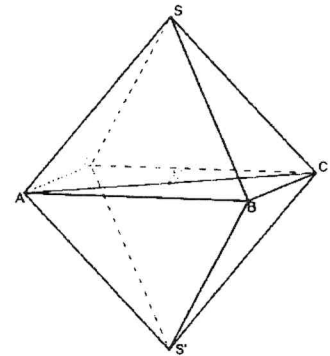


Abbildung 1

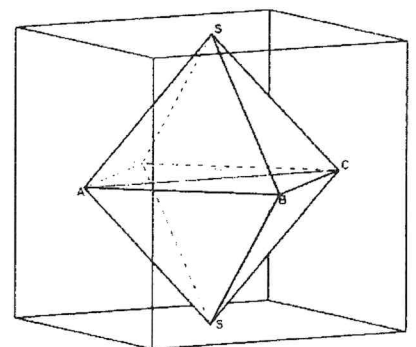


Abbildung 2