

5. Das Weingut hat die Möglichkeit, eine gewisse zusätzliche Weinbaufläche zu pachten (*mieten*).
- Um wie viel Hektar kann die Anbaufläche unter den gegebenen Bedingungen maximal vergrößert werden, so dass sich ein zusätzlicher Erlös ergibt? Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.
 - Lesen Sie den neuen Punkt mit dem maximalen Erlös aus der Zeichnung ab und berechnen Sie daraus den neuen maximalen Erlös.
 - Wie verändert sich durch die Vergrößerung der jährliche Gewinn und wie hoch dürften die jährlichen Pachtkosten (*Mietkosten*) pro Hektar höchstens sein, um den Gewinn zu steigern?

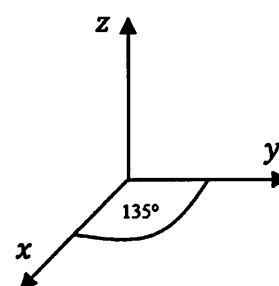
AUFGABE 2

12 Punkte

Seit 1988 besitzt das Louvre in Paris einen Eingang in Form einer senkrechten regelmäßigen Pyramide. Diese soll in einem Modell so nachgebaut werden, dass eine Längeneinheit im Modell 6 Meter in Wirklichkeit entspricht. Im Modell besitzen die Ecken des Bodens die Koordinaten A (6|0|0), B (6|6|0), C (0|6|0) und D (0|0|0). Die Spitze der Pyramide befindet sich im Punkt S (3|3|4).

1. Zeichnen Sie die Pyramide in ein kartesisches Koordinatensystem ein, in dem Sie die Achsen wählen, wie in der Abbildung rechts angedeutet.

(Längeneinheit: 1 cm; Verkürzungsfaktor auf der x-Achse: $\frac{1}{2}\sqrt{2}$)



2. Die Punkte B, C und S liegen in der Ebene E. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E.

Zur Kontrolle E: $4y + 3z = 24$

3. Gesucht ist der Winkel, den die xy-Ebene mit der Kante BS einschließt. Berechnen Sie dazu den Winkel zwischen den beiden Vektoren $\overrightarrow{BS}$ und $\overrightarrow{BD}$ auf eine Dezimale genau.
4.
 - Begründen Sie, dass es sich bei der dreieckigen Seitenfläche BCS der Pyramide um ein gleichschenkliges Dreieck handelt.
 - Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M der Strecke $\overline{BC}$.
 - Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks BCS.

Zur Kontrolle M (3|6|0)

5. Die Außenflächen der Pyramide des Louvre werden wöchentlich gereinigt. Dabei berechnet die Reinigungsfirma pauschal 3 € pro m². Da ab 6 m Höhe (*senkrecht über dem Boden*) ein Spezialgerät zum Einsatz kommen muss, werden für diesen Bereich 5 € pro m² berechnet. Dazu kommen pauschal 250 € für die Anfahrt. Berechnen Sie die Kosten, die pro Woche entstehen.

6. Seitlich von der Pyramide liegt ein Flügel des Louvre, an dem ein Strahler in 42 m Höhe angebracht wird - im Modell entspricht das dem Punkt T (3|13|7).
- Untersuchen Sie, ob das Licht des Strahlers, das senkrecht durch die Seitenfläche E geht, im Mittelpunkt der Bodenebene der Pyramide auftrifft.
 - Berechnen Sie die Entfernung vom Punkt T zur Ebene E.

HAUPTAUFGABE

33 Punkte

Teil A (19 Punkte)

Ein Unternehmen produziert Fahrräder, maximal 2 200 pro Woche.

- Man hat festgestellt, dass bei einem Preis von 600 € insgesamt 1 200 Fahrräder pro Woche verkauft werden können.

Bei einem Preis von 1 000 € wird kein Fahrrad pro Woche verkauft.

- Stellen Sie die Preis-Absatz-Funktion auf, die dem Preis p die absetzbare Menge $m(p)$ an Fahrrädern zuordnet. Es wird angenommen, dass die Preis-Absatz-Funktion **linear** ist.

$$\text{Zur Kontrolle } m(p) = -3p + 3000$$

- Berechnen Sie, wie viele Fahrräder sich verkaufen lassen, wenn der Preis auf 300 € festgelegt wird.
- Die Produktionskosten dieser Fahrräder können durch die Funktion K modelliert werden:

$$K(x) = \frac{1}{3200}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 600x + 50\,000$$

Dabei entspricht x der Anzahl produzierter Fahrräder und $K(x)$ den Kosten in Euro.

- Untersuchen Sie die Kostenfunktion K auf Extrem- und Wendepunkte.
- Beschreiben Sie mithilfe dieser Ergebnisse die Kostenentwicklung in den Bereichen $x < 800$ und $800 < x < 2\,200$.

$$\text{Zur Kontrolle } K''(x) = \frac{3}{1600}x - \frac{3}{2}$$

- Berechnen Sie die Stückkostenfunktion S .
 - Zeigen Sie, dass das Betriebsoptimum bei 1 251 Fahrrädern liegt. (*GTR erlaubt*)
 - Wie viel kostet die Herstellung eines Fahrrads beim Betriebsoptimum? Wie teuer wird damit die ganze Produktion für das Unternehmen?
- Die Funktion E mit $E(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 1\,000x$ stellt die Erlösfunktion für x verkaufte Fahrräder dar.
 - Berechnen Sie die Gewinnfunktion G und bestimmen Sie mithilfe des GTR die Gewinnzone.
 - Bestimmen Sie mithilfe des GTR, bei wie vielen verkauften Fahrrädern der Gewinn maximal wird.
 - Bestimmen Sie mithilfe des GTR, bei wie vielen verkauften Fahrrädern der **Erlös** maximal wird. Berechnen Sie den zugehörigen Gewinn.
 - Wie viel Prozent beträgt der Unterschied zwischen dem Gewinn bei maximalem Erlös (*aus c.*) und dem maximalen Gewinn (*aus b.*)?