

Aufgabe 1

(16 Punkte)

Teil A

Gegeben sind die Punkte $A(-2|3|0)$, $C(4|-3|0)$ und $D(0|-1|-4)$.

1. Beweisen Sie, dass das Dreieck ACD in D einen rechten Winkel hat.
2. Zeigen Sie, dass sich das Dreieck ACD zu einem Quadrat ergänzen lässt.
3. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes B so, dass das Viereck $ABCD$ ein Quadrat ist.

Teil B

Das Viereck $ABCD$ bildet zusammen mit den Punkten $EFGH$ den Würfel $ABCDEFGH$.

Man nimmt an, dass die Koordinaten der Eckpunkte $A(-2|3|0)$, $B(2|1|4)$, $C(4|-3|0)$, $D(0|-1|-4)$, $E(2|7|-2)$, $F(6|5|2)$, $G(8|1|-2)$ und $H(4|3|-6)$ sind.

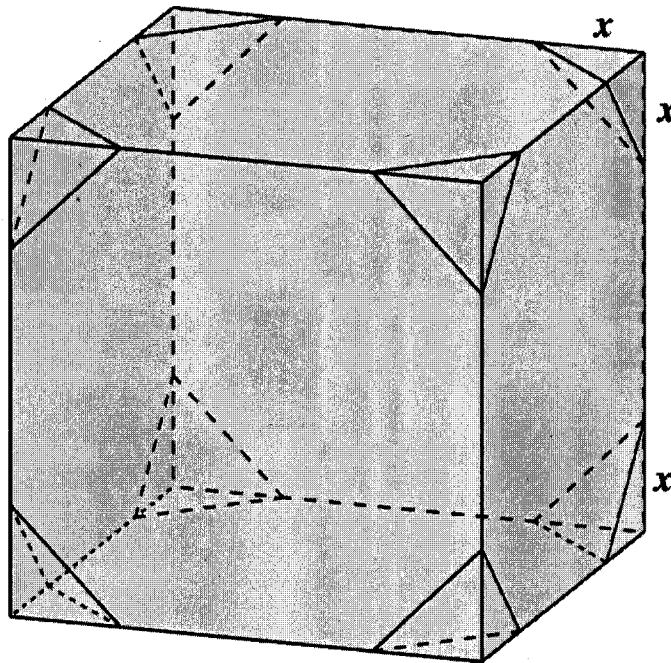
1. Begründen Sie, dass der Körper $FACH$ ein regelmäßiges Tetraeder ist.
2. Bestimmen Sie die Fläche des Dreiecks ACH .
3. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene $\mathcal{E}$ die die Punkte A , C und H enthält.

Zur Kontrolle $\mathcal{E}: x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0$.

4. Bestimmen Sie den Abstand des Punktes F von der Ebene $\mathcal{E}$ und berechnen Sie damit das Volumen des Tetraeders $FACH$.

Teil C

Nun werden die Ecken des Würfels abgeschnitten wie es in der Zeichnung dargestellt ist. Entlang der Kanten werden von den Ecken aus jeweils Strecken der Länge x abgetragen und die Endpunkte miteinander verbunden. Die so entstehenden Pyramiden werden vom Würfel abgetrennt.



Stellen Sie den Term für die Oberfläche des Restkörpers in Abhängigkeit von x auf.