

Teil C (3 Punkte)

Die Motoren werden zur Ausrüstung von elektrischen Autofenstern verwendet (Fensterhebermotor). Wir betrachten eine Stichprobe von 100 Motoren, die zwei defekte Motoren enthält. Da man vier Fensterhebermotoren pro Auto benötigt, werden mit den 100 Motoren der Stichprobe 25 Autos ausgerüstet.

- 1) Unter diesen 25 Autos wird zufällig ein Auto ausgewählt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
 M_0 = „Das Auto hat keinen defekten Fensterhebermotor“
 M_1 = „Das Auto hat einen einzigen defekten Fensterhebermotor“
- 2) Die 25 Autos werden zufällig nebeneinander in einer Reihe angeordnet. Es wird davon ausgegangen, dass sich die beiden defekten Motoren in zwei verschiedenen Autos befinden.
 - a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden Autos mit einem defekten Fensterhebermotor auf der ersten Position und auf der letzten Position befinden.
 - b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden Autos mit einem defekten Fensterhebermotor genau nebeneinander stehen.

HAUPTAUFGABE

29 Punkte

Teil C ist unabhängig von den Teilen A und B.

Gegeben ist die Funktion K mit $K(x) = \frac{x^2+5x+10}{x+2}$.

Teil A (10 Punkte)

- 1) Geben Sie die Definitionsmenge an, untersuchen Sie das Verhalten von K an der Definitionslücke und geben Sie die senkrechte Asymptote an.
- 2) Untersuchen Sie das Verhalten von K für $x \rightarrow +\infty$ und für $x \rightarrow -\infty$.
Bestimmen Sie mithilfe der Polynomdivision die schiefe Asymptote.
- 3) Berechnen Sie den Schnittpunkt von K mit der y -Achse.
- 4) Erstellen Sie eine Monotonietabelle und bestimmen Sie die Extrempunkte von K .
$$\text{Zur Kontrolle: } K'(x) = \frac{x^2+4x}{(x+2)^2}$$
- 5) Zeichnen Sie das Schaubild von K inklusive der Asymptoten für $x \in [-8; 8]$.

Teil B (13 Punkte)

Eine Firma stellt elektronische Bauteile her. x sei die Anzahl der elektronischen Bauteile in 100 Stück. Die Funktion K entspricht für $x \geq 0$ den Kosten pro Woche in 100€. Die Firma kann maximal 800 Bauteile pro Woche herstellen. Man geht davon aus, dass die Firma alle hergestellten Bauteile auch verkaufen kann.

- 1) Bestimmen Sie die Fixkosten der Firma.
- 2) Die Firma verkauft die Bauteile für 2€ pro Stück. Geben Sie die Erlösfunktion $E(x)$ an und zeichnen Sie $E(x)$ in das Schaubild von Teil A ein.
- 3) Berechnen Sie die Schnittstellen von $K(x)$ und $E(x)$. Runden Sie die Werte auf Tausendstel. Bestimmen Sie daraus, wie viele Bauteile die Firma mindestens produzieren muss, damit sie einen Gewinn erzielt.
- 4) Begründen Sie mithilfe des Schaubilds, wann der Gewinn für die Firma am höchsten ist. Berechnen Sie die Höhe dieses Gewinns.
- 5)
 - a) Stellen Sie den Term für die Stückkostenfunktion auf.
 - b) Berechnen Sie die Stückkosten bei 500 und bei 800 produzierten Bauteilen.
 - c) Untersuchen Sie das Verhalten der Stückkostenfunktion für $x \rightarrow +\infty$. Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.
- 6) Die Firma produziert 800 Bauteile. Durch die Inflation steigen die Kosten für die Produktion, die Einnahmen bleiben gleich.
 - a) Berechnen Sie bei einer Steigerung der Kosten um 10% die neuen Kosten und den zugehörigen Gewinn.
 - b) Bestimmen Sie, um wie viel Prozent der Gewinn durch die Inflation sinkt.
 - c) Berechnen Sie bei welcher Steigerung der Kosten in Prozent die Firma bei 800 produzierten Bauteilen keinen Gewinn mehr machen würde.

Teil C (6 Punkte)

Die Funktion f mit $f(t) = 10 e^{0,1t} - 2t$, $t \in \mathbb{R}$, modelliert die momentan umgesetzte Energiemenge der Firma im Jahr 2022 in der Einheit MWh/Monat (Megawattstunden pro Monat). t sei die Zeit in Monaten ab Jahresbeginn.

- 1)
 - a) Bestimmen Sie die momentan umgesetzte Energiemenge zu Beginn des Jahres 2022.
 - b) Bestimmen Sie die momentan umgesetzte Energiemenge am Ende des Jahres 2022.
- 2) Erstellen Sie eine Monotonietabelle von f . Bestimmen Sie, wann die momentan umgesetzte Energiemenge am niedrigsten war.
- 3) Berechnen Sie, welche Energiemenge die Firma im Jahr 2022 insgesamt umgesetzt hat.