

6. Seitlich von der Pyramide liegt ein Flügel des Louvre, an dem ein Strahler in 42 m Höhe angebracht wird - im Modell entspricht das dem Punkt T (3|13|7).
- Untersuchen Sie, ob das Licht des Strahlers, das senkrecht durch die Seitenfläche E geht, im Mittelpunkt der Bodenebene der Pyramide auftrifft.
 - Berechnen Sie die Entfernung vom Punkt T zur Ebene E.

HAUPTAUFGABE

33 Punkte

Teil A (19 Punkte)

Ein Unternehmen produziert Fahrräder, maximal 2 200 pro Woche.

- Man hat festgestellt, dass bei einem Preis von 600 € insgesamt 1 200 Fahrräder pro Woche verkauft werden können.

Bei einem Preis von 1 000 € wird kein Fahrrad pro Woche verkauft.

- Stellen Sie die Preis-Absatz-Funktion auf, die dem Preis p die absetzbare Menge $m(p)$ an Fahrrädern zuordnet. Es wird angenommen, dass die Preis-Absatz-Funktion **linear** ist.

$$\text{Zur Kontrolle } m(p) = -3p + 3000$$

- Berechnen Sie, wie viele Fahrräder sich verkaufen lassen, wenn der Preis auf 300 € festgelegt wird.
- Die Produktionskosten dieser Fahrräder können durch die Funktion K modelliert werden:

$$K(x) = \frac{1}{3200}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 600x + 50\,000$$

Dabei entspricht x der Anzahl produzierter Fahrräder und $K(x)$ den Kosten in Euro.

- Untersuchen Sie die Kostenfunktion K auf Extrem- und Wendepunkte.
- Beschreiben Sie mithilfe dieser Ergebnisse die Kostenentwicklung in den Bereichen $x < 800$ und $800 < x < 2\,200$.

$$\text{Zur Kontrolle } K''(x) = \frac{3}{1600}x - \frac{3}{2}$$

- Berechnen Sie die Stückkostenfunktion S .
 - Zeigen Sie, dass das Betriebsoptimum bei 1 251 Fahrrädern liegt. (*GTR erlaubt*)
 - Wie viel kostet die Herstellung eines Fahrrads beim Betriebsoptimum? Wie teuer wird damit die ganze Produktion für das Unternehmen?
- Die Funktion E mit $E(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 1\,000x$ stellt die Erlösfunktion für x verkaufte Fahrräder dar.
 - Berechnen Sie die Gewinnfunktion G und bestimmen Sie mithilfe des GTR die Gewinnzone.
 - Bestimmen Sie mithilfe des GTR, bei wie vielen verkauften Fahrrädern der Gewinn maximal wird.
 - Bestimmen Sie mithilfe des GTR, bei wie vielen verkauften Fahrrädern der **Erlös** maximal wird. Berechnen Sie den zugehörigen Gewinn.
 - Wie viel Prozent beträgt der Unterschied zwischen dem Gewinn bei maximalem Erlös (*aus c.*) und dem maximalen Gewinn (*aus b.*)?

Teil B und Teil C sind unabhängig von Teil A

Teil B (9 Punkte)

Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = (3x - 12)e^{-0,1x}$, $x \in \mathbb{R}$.

1. Untersuchung der Funktion g :

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Graphen der Funktion g mit den Koordinatenachsen.
- Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion g für $x \rightarrow +\infty$ und für $x \rightarrow -\infty$.
- Bestimmen Sie eventuelle Extrempunkte des Graphen der Funktion g mithilfe einer Monotonietabelle.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion g für $0 \leq x \leq 40$ (1 LE entspricht 0,5 cm).

2.

- Zeigen Sie, dass gilt: Die Funktion G mit $G(x) = (-30x - 180) \cdot e^{-0,1x}$ ist eine Stammfunktion der Funktion g .
- Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, den das Schaubild von g , die x -Achse und die senkrechte Gerade mit der Gleichung $x = 14$ einschließen.

Teil C (5 Punkte)

Eine Marktanalyse hat ergeben, dass sich für eine bestimmte Ware eine Preis-Absatz-Funktion m ergibt mit

$$m(x) = 3e^{-0,1x}, x \in [0; 30].$$

Dabei ist x der Preis in Euro und $m(x)$ die täglich absetzbare Menge dieser Ware in Tausend.

- Der Preis der Ware soll auf 7,50 € festgelegt werden.
 - Mit welchem Absatz kann dann gerechnet werden?
 - Die Produktionskosten der Ware betragen 4 €. Wie groß ist der tägliche Gewinn?
- Nun soll der Preis der Ware x Euro betragen.
 - Zeigen Sie, dass die Funktion g aus Teil B den täglichen Gewinn des Unternehmens angibt.
 - Bei welchem Preis kann der Gewinn maximiert werden?
Wie hoch sind dann die täglich verkaufte Menge und der tägliche Gewinn?