

Teil A

Seien a, b und c drei reelle Zahlen.

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = (ax + b)e^{cx}$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Ihr Schaubild sei K .

Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b und c des Funktionsterms $f(x)$, so dass gilt:

- $f(0) = 10$
- $f(5) = 0$
- K besitzt an der Stelle $x = 6$ eine waagerechte Tangente.

Zur Kontrolle: $f(x) = (-2x + 10)e^{-x}$

Teil B

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = (-2x + 10)e^{-x}$ mit $x \in \mathbb{R}$.

1. Bestimmen Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$ und begründen Sie Ihre Ergebnisse.
2. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f und erstellen Sie eine Monotonietabelle.
3. Untersuchen Sie, ob die Kurve von f eine Wendestelle besitzt.

Teil C

Eine Firma produziert Musik-CDs.

Die Anzahl von produzierten CDs in Hundert wird mit x angegeben. Dabei liegt x im Intervall $[0 ; 5]$.

Der vom Hersteller festgelegte Verkaufspreis P_1 pro hundert CDs ist gegeben durch:

$$P_1(x) = 8e^{0,5x-1,5} \text{ (Angebotsfunktion).}$$

Der durch die Nachfrage festgelegte Kaufpreis P_2 pro hundert CDs ist gegeben durch:

$$P_2(x) = (-2x + 10)e^{-x} \text{ (Nachfragefunktion).}$$

Beide Preise $P_1(x)$ und $P_2(x)$ sind in Euro angegeben.

Im **angehängten** Koordinatensystem (**Seite 9**) ist der Graph K_2 der Funktion P_2 eingezeichnet.

1. a. Welchen Preis sind die Käufer bereit pro CD zu bezahlen, wenn von einer **Nachfrage** von 200 CDs ausgegangen wird?
b. Wie entwickelt sich die Nachfrage wenn der Preis von 8 € auf 5 € fällt?
Eine graphische Lösung oder eine Lösung mit Hilfe des GTR ist erlaubt.
2. a. Zu welchem Preis sind die **Hersteller** bereit, eine CD zu verkaufen, wenn von 300 produzierten CDs ausgegangen wird?
b. Berechnen Sie, wie viele CDs von den Herstellern produziert werden müssen, damit eine CD zum Stückpreis von 5 € verkauft werden kann.
Runden Sie auf ganze Einheiten.
c. Bestimmen Sie das Monotonieverhalten der Funktion P_1 für x im Intervall $[0 ; 5]$ und begründen Sie Ihr Ergebnis.
3. Zeichnen Sie in das angehängte Koordinatensystem (Seite 9) den Graphen K_1 der Funktion P_1 ein.
4. Der Markt ist im Gleichgewicht, wenn die Angebots- und die Nachfragemenge gleich sind. Diese Menge sei die Gleichgewichtsmenge m_0 .
 - a. Zeigen Sie rechnerisch, dass der Markt im Gleichgewicht ist, wenn gilt:
 $m_0 = 1$.
 - b. Berechnen Sie den zu m_0 zugehörigen Gleichgewichtspreis p_0 .

5. Der Überschuss $\ddot{U}_H$ der **Hersteller** (in hundert Euro) ist gegeben durch :

$$\ddot{U}_H = m_0 p_0 - \int_0^{m_0} P_1(x) dx$$

- Tragen Sie zunächst folgendes Rechteck in das gegebene Koordinatensystem ein: $O(0|0)$, $M_0(m_0|0)$, $G_0(m_0|p_0)$, $P_0(0|p_0)$. Berechnen Sie dessen Fläche.
 - Schraffieren Sie quer im Koordinatensystem die zu $\ddot{U}_H$ gehörige Fläche.
 - Zeigen Sie, dass gilt: $\ddot{U}_H = 8 \left(\frac{1}{e} - \int_0^1 e^{0,5x-1,5} dx \right)$.
 - Berechnen Sie den Wert von $\ddot{U}_H$ exakt und runden Sie das Ergebnis anschließend auf Euro.
6. Der Überschuss $\ddot{U}_V$ der **Verbraucher** (in hundert Euro) ist gegeben durch:

$$\ddot{U}_V = \int_0^{m_0} P_2(x) dx - m_0 p_0 \quad \text{Zur Erinnerung: } m_0 = 1$$

- Schraffieren Sie längs im Koordinatensystem die zu $\ddot{U}_V$ gehörige Fläche.
- Berechnen Sie die Ableitungsfunktion von F mit
$$F(x) = (2x - 8)e^{-x}; \quad x \in [0; 5].$$
- Leiten Sie daraus den exakten Wert von $\ddot{U}_V$ her. Runden Sie das Ergebnis anschließend auf Euro.

Der Anhang (Seite 9) muss mit abgegeben werden.

Der Anhang muss mit abgegeben werden.

