

Teil C ist unabhängig von den Teilen A und B.

Teil A

$$a'(x) = e^{-0,04x} (100 - 4x)$$

Gegeben ist die Funktion a mit $a(x) = 100x \cdot e^{-0,04x}$; $x \geq 0$.

1. Untersuchen Sie das Verhalten von a für $x \rightarrow +\infty$. Begründen Sie Ihre Antwort.
2. Berechnen Sie die Nullstelle von a .
3. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von a und berechnen Sie gegebenenfalls die Koordinaten der Extrempunkte.
4. Zeigen Sie rechnerisch, dass der Graph von a an der Stelle $x = 50$ am stärksten abnimmt.

$$\text{Zur Kontrolle: } a''(x) = (0,16x - 8) \cdot e^{-0,04x}$$

5. Zeichnen Sie für $0 \leq x \leq 140$ den Graphen von a in ein Koordinatensystem ein.
6. Weisen Sie nach, dass die Funktion A mit $A(x) = -2500 \cdot (x + 25) \cdot e^{-0,04x}$ eine Stammfunktion von a ist.
7. Berechnen Sie $\int_0^{100} a(x) dx$.

Geben Sie dabei sowohl den exakten als auch den auf eine Stelle nach dem Komma gerundeten Wert an.

Teil B

Für die Fußballeuropameisterschaft 2016 in Frankreich plant das Unternehmen „GameFun“ ein Gesellschaftsspiel auf den Markt zu bringen.

Eine Marktforschung zeigt, dass das Unternehmen für die Anzahl an verkauften Spielen am Tag x von folgender Absatzfunktion a mit

$$a(x) = 100x \cdot e^{-0,04x}; \quad 0 \leq x \leq 140 \quad \text{am Tag}$$

ausgehen kann (x in Tagen seit Verkaufsbeginn).

1. An welchem Tag wäre die größte Absatzmenge für das Spiel zu erwarten? Wie viele Spiele würden an diesem Tag abgesetzt?
2. Bestimmen Sie mit Hilfe des GTR den Zeitraum in dem das Unternehmen mehr als 800 Spiele täglich verkaufen würde?

3. Um Überkapazitäten zu vermeiden plant das Unternehmen 10 Tage nach dem Zeitpunkt des stärksten Absatzrückgangs die Produktion einzustellen. An welchem Tag x_0 stellt das Unternehmen die Produktion ein?
4. Es stellt sich heraus, dass das Unternehmen täglich nicht mehr als 800 Spiele produzieren kann.
 - (a) Welche Bedeutung hat der Wert $\int_0^{100} a(x) dx$ für das Unternehmen?
 - (b) Zeigen Sie, dass die bereits bis zum Zeitpunkt x_0 produzierten Spiele nicht ausreichen, um 100 Tage nach Absatzbeginn noch Spiele zu verkaufen?
 - (c) An welchem Tag könnte die Firma die letzten Spiele verkaufen? (Produktionsende ist der Zeitpunkt x_0 .) *Zur Lösung dieser Aufgabe kann der GTR benutzt werden.*

Teil C

Dieser Teil ist unabhängig von den Teilen A und B.

1. Es sind folgende Angaben von einem Produktionsbetrieb bekannt:
 - Die Fixkosten liegen bei 9,6 Geldeinheiten (GE).
 - Die Kosten für 1 Mengeneinheit (ME) betragen 13,816 GE.
 - Die Grenzkosten (Ableitung der Kosten) für 3 ME betragen 2,632 GE pro ME.
 - Die Stückkosten bei einer Produktion von 2 ME betragen 8,664 GE pro ME.

Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Angaben eine Kostenfunktion 3. Grades. Stellen Sie dazu zunächst ein lineares Gleichungssystem auf und lösen es mit dem GTR.

2. Der Preis, den das Unternehmen für das Produkt verlangt ist linear abhängig vom Absatz.
 - Bei einem Absatz von 2 ME liegt der Preis bei 7,28 GE.
 - Bei einem Absatz von 5 ME liegt der Preis bei 5,9 GE.

Bestimmen Sie die zugehörige Preis-Absatzfunktion p und die daraus folgende Umsatzfunktion U . *Zur Lösung dieser Aufgabe kann der GTR benutzt werden.*

3. Das Unternehmen geht nun von einer Kostenfunktion K mit $K(x) = 0,016x^3 - 0,4x^2 + 4,6x + 9,6$ und von einer Umsatzfunktion U mit $U(x) = -0,46x^2 + 8,2x$ aus. ($0 \leq x \leq 15$)
 - (a) Geben Sie die Gewinnfunktion G an.
 - (b) Für welche Produktionsmengen macht das Unternehmen Gewinn? Runden Sie das Ergebnis auf eine Nachkommastelle.
Zur Lösung dieser Aufgabe kann der GTR benutzt werden.
 - (c) Für welche Produktionsmenge ist der Gewinn am höchsten? Wie hoch ist der Gewinn in diesem Fall? Eine rechnerische Lösung wird erwartet.