

Hauptaufgabe

(28 Punkte)

Umstrukturierung von einem Agrarland in einen Industriestaat

Ein Land soll von einem Agrarland in einen Industriestaat umstrukturiert werden. Diese Umstrukturierung findet seit dem Jahr 1995 statt. Daraus ergibt sich ein deutlich steigender Energiebedarf dieses Landes.

Jahr	1995	1999	2003	2007	2011	2013
t	0	4	8	12	16	18
Jahresenergiebedarf in TWh	50,0	59,0	63,0	71,5	79,5	84,0

(1 TWh steht für die Energieeinheit Terrawattstunde; $1 \text{ TWh} = 10^9 \text{ kWh}$)

Mit den Werte der Tabelle lassen sich unterschiedliche Modelle für den zukünftige Energieverbrauch angeben.

Teil A Energiebedarf in der Zukunft

1. Erste Prognosen gehen von einem exponentiellen Wachstum des jährlichen Energiebedarfs, die durch eine Funktion f modelliert werden kann, aus.
Bestimmen Sie die Werte der Parameter a und k für die Exponentialfunktion f mit

$$f(t) = ae^{kt}$$

indem Sie die Energiedaten von 1995 und 2013 verwenden.

$$(Zur Kontrolle : f(t) = 50 e^{0,0288t}.)$$

2. Eine Expertengruppe dagegen vermutet ein logistisches Wachstum und entwirft die Funktion g mit

$$g(t) = \frac{600}{5 + 7e^{-0,066t}}$$

als Modell für den Jahresenergiebedarf (auch hier soll t in Jahren ab 1995 gezählt werden).

(a) Bestimmen Sie $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t)$. Welche anschauliche Bedeutung hat dieser Grenzwert?

(b) Ab welchem Jahr wird dieser Grenzwert mit höchstens 3% Abweichung erreicht?

(Der GTR kann hierbei verwendet werden.)

3. Ergänzen Sie die Tabelle im **Anhang** für die Funktionen f und g .

4. Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen f und g im Intervall $[0; 55]$ in das beigefügte Koordinatensystem.

Teil B Anstieg des Energiebedarfs

- (a) Berechnen Sie $f'(t)$, wobei f' die Ableitungsfunktion von f ist.
(b) In welchem Jahr gibt es für das exponentielle Wachstum den größten Anstieg des Jahresenergiebedarfs zwischen 1995 und 2013? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
(c) Berechnen Sie diesen größten Anstieg?
- Bestimmen Sie, in welchem Jahr es den größten Anstieg des Jahresenergiebedarfs zwischen 1995 und 2013 für das **logistische** Wachstum gibt?
(Der GTR kann hierbei verwendet werden.)

Teil C Gesamtenergiebedarf

- Zeigen Sie, dass G mit $G(t) = \frac{20000}{11} \ln(5e^{0,066t} + 7)$ eine Stammfunktion von g ist.
- Berechnen Sie für beide Modelle aus Teil A den Gesamtenergiebedarf, der in den Jahren von 1995 bis 2030 zu erwarten wäre.
- Wie groß ist für beide Fälle im Zeitraum von 1995 bis 2030 der durchschnittliche Jahresenergiebedarf?

Teil D Euro-Krise

Das Land ist besonders stark von der Euro-Krise betroffen. Unter Berücksichtigung des wirtschaftlichen Abschwungs beschreibt

$$h(t) = \frac{8t - 144}{t^2 - 36t + 325} + 84, \quad t \geq 18.$$

den Jahresenergiebedarf des Landes ab dem Jahr 2013.

- Zeigen Sie, dass der jährliche Energiebedarf zunächst ein Maximum erreicht. Berechnen Sie in welchem Jahr dieses Maximum erreicht wird. Wie groß ist nach diesem Modell der maximale Jahresenergiebedarf?
- Bestimmen Sie $\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t)$.

ANHANG

Der Anhang muss mit abgegeben werden.

Tabelle

Jahr	1995	1999	2003	2007	2011	2013	2015	2020	2030	2050
t	0	4	8	12	16	18				
$f(t)$	50					84				
$g(t)$										

Koordinatensystem

