

Hauptaufgabe

(30 Punkte)

Ein Energiekonzern produziert und verkauft Holzpellets.

TEIL A:

- 1) Die Kostenfunktion $K(x)$ soll anhand einzelner hochgerechneter Werte bestimmt werden. Berechnen Sie nachvollziehbar die Kostenfunktion $K(x)$, die durch die Punkte $A(0|1,471)$, $B(9|2,2)$, $C(7|2,192)$ und $D(19|3,2)$ geht und die eine ganzrationale Funktion dritten Grades ist.

(Der GTR kann hierbei verwendet werden.)

- 2) Zeigen Sie, dass sich der Term der Kostenfunktion K auch wie folgt schreiben lässt:

$$K(x) = \frac{(x-9)^3}{1000} + 2,2$$

Im Folgenden soll die Kostenfunktion auf das Intervall $[0 ; 26]$ eingeschränkt werden. Die tägliche Produktionsmenge x wird dabei in Tonnen Holzpellets und die dafür anfallenden Kosten in 1000 € angegeben.

- 3) Zeichnen Sie den Graph der Kostenfunktion K im Intervall $[0 ; 26]$.

(x-Achse: 1 LE entspricht 0,5 cm; y-Achse: 1 LE entspricht 2 cm)

- 4) Gegeben wird nun auch die Erlösfunktion E durch $E(x) = 0,2x$. *(Einheiten wie bei der Kostenfunktion.)*

Bestimmen Sie den Verkaufspreis von einer Tonne Holzpellets.

Zeichnen Sie das Schaubild der Funktion E ebenfalls in das vorhandene Koordinatensystem ein.

- 5) Markieren Sie in der Zeichnung den Bereich, in dem Gewinn erzielt wird.

- 6) Stellen Sie die Gewinnfunktion G auf und bestimmen Sie ihr Monotonieverhalten im Intervall $[0 ; 26]$. Runden Sie auf 1 Stelle hinter dem Komma.

- 7) Begründen Sie, dass $G(x)$ im Intervall $[9 ; 13]$ genau eine Nullstelle hat. Bestimmen Sie alle Nullstellen im Intervall $[0 ; 26]$ auf 1 Stelle hinter dem Komma *(mit GTR)*.

- 8) In welchem Produktionsbereich wird Gewinn erzielt? Für welche Produktionsmenge ist der Gewinn maximal? Welcher Gewinn ist an dieser Stelle zu erwarten? Runden Sie auf ganze Euro.

TEIL B:

Es werden nun verschiedene Variationen des **Teil A** durchgespielt:

1) Variation des Verkaufspreises:

- a) Es stellt sich heraus, dass die Nachfrage so groß ist, dass die Pellets für 220 € pro Tonne verkauft werden können. Bestimmen Sie das Gewinnmaximum mit dieser neuen Erlösfunktion auf zwei Stellen hinter dem Komma genau. Die Kostenfunktion ist wieder die aus **Teil A. 2.** (Der GTR kann hierbei verwendet werden.)
- b) Der Konzern ist nun gezwungen, die Pellets so billig wie möglich anzubieten. Welchen Preis muss der Konzern für die Tonne Holzpellets mindestens verlangen, um nicht zwangsweise Verlust machen zu müssen? Welche tägliche Menge muss dabei produziert werden? Eine zeichnerische Lösung ist erlaubt.

2) Der Verkaufspreis einer Tonne Holzpellets beträgt nun 200 €.

- a) Es zeigt sich, dass die Produktionsmenge nicht konstant gehalten werden kann. Die täglichen Holzlieferungen schwanken zwischen 15 und 22 Tonnen. Um einen zu erwartenden mittleren Gewinn prognostizieren zu können, wird der Mittelwert der

$$\text{Gewinnfunktion } G(x) = 0,2x - \frac{(x-9)^3}{1000} - 2,2 \quad \text{für } x \text{ im Intervall } [15 ; 22]$$

gesucht. Berechnen Sie diesen Mittelwert auf ganze Euro gerundet.

- b) Man nimmt an, dass die tägliche Produktionsmenge durch geschicktes Zwischenlagern konstant beim Mittelwert der schwankenden Liefermenge gehalten werden kann (also bei 18,5 Tonnen). Wie viel darf dann das Zwischenlager maximal pro Tag kosten, damit es sich rentiert?

TEIL C:

Ein alternatives Produktionsverfahren für die Pellets wird durch die Gewinnfunktion A im

Intervall $[5 ; 26]$ mit $A(x) = -\frac{84}{x} \cdot e^{0,0625x} + 15$ abgeschätzt.

1) Fertigen Sie für die Funktion A eine Monotonietabelle an.

Berechnen Sie die Produktionsmenge mit dem maximalen Gewinn. Runden Sie auf ganze Euro.

2) Welcher Prozess ist zu wählen, wenn die Produktionsmenge konstant gehalten werden kann?