

AUFGABE 2

18 Punkte

Teil B kann unabhängig von Teil A bearbeitet werden.

Teil A: *Mischung eines neuen Fruchtsaftes*

Ein Getränkehersteller möchte ein neues Mixgetränk aus Apfelsaft und Ananassaft herstellen. Es sollen davon täglich mindestens 800 Liter produziert werden.

Allerdings kann er von seinem Produzenten täglich höchstens 600 Liter Ananassaft beziehen.

Um ein Gütesiegel zu erhalten, darf das neue Getränk höchstens 120g Zucker pro Liter enthalten, muss aber mindestens 90 mg Vitamin C pro Liter aufweisen.

Man kennt die Werte für die einzelnen Säfte:

Apfelsaft	106 g Zucker pro Liter	74 mg Vitamin C pro Liter
Ananassaft	133 g Zucker pro Liter	116 mg Vitamin C pro Liter

Weiter soll x für die Menge an Apfelsaft in Litern stehen und y entsprechend für die Menge an Ananassaft.

1. Stellen Sie alle Bedingungen für x und y mit Hilfe von Ungleichungen dar, die man aus allen oben gegebenen Daten erhält.
2. Die Bedingungen aus **Teil A.1** führen auf die folgenden Ungleichungen:

$$x \geq 0; \quad y \geq 0; \quad y \geq -x + 800; \quad y \leq 600; \quad y \leq \frac{14}{13}x; \quad y \geq \frac{8}{13}x$$

Zeichnen Sie die zugehörigen Geraden in ein geeignetes Koordinatensystem und markieren Sie das Planungsvieleck.

3. Der Hersteller hat Kosten von 0,40 € für einen Liter Apfelsaft und von 0,60 € für einen Liter Ananassaft.
 - a. Stellen Sie die Zielfunktion auf. Kennzeichnen Sie alle Punkte im Koordinatensystem, die den täglichen Kosten von 540 € entsprechen.
 - b. Ermitteln Sie graphisch einen Näherungswert für das Punktepaar $(x|y)$, für das die Kosten minimal werden. Beschreiben Sie Ihr Lösungsverfahren.
 - c. Berechnen Sie den Zielpunkt auch als Schnitt zweier geeigneter Geraden. Runden Sie auf ganze Liter.
 - d. Berechnen Sie die zugehörigen Kosten für diesen Punkt.

4. Aufgrund einer schlechten Apfel-Ernte ist der Preis für einen Liter Apfelsaft auf 0,60 € gestiegen. Der Preis für einen Liter Ananassaft bleibt bei 0,60 €. Welche Möglichkeiten hat der Hersteller, um weiterhin kostenminimal zu produzieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Teil B: Steigerung der Produktion des Mixsaftes

Da das neue Getränk von den Kunden gut angenommen wird, steigert der Getränkehersteller seine Produktion monatlich um 2%. Dabei arbeitet er mit Zulieferern zusammen, die ihm die gewünschte Menge an Saft liefern können

1. Im ersten Monat wird die ursprüngliche Menge von 800 Litern hergestellt. Geben Sie die explizite Darstellung einer Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ an, wobei das n -te Folgenglied die Produktion im n -ten Monat in Litern angibt. Um welche Art von Folge handelt es sich bei (a_n) ?
2. Zeigen Sie das $a_2 = 816$ und berechnen Sie a_{24} .
3. In welchem Monat hat sich die Produktion erstmals mindestens verdoppelt?
4. Welche Gesamtmenge Mixsaft produziert der Hersteller in den ersten zwei Jahren insgesamt?

Correction : Partie B

