

Aufgabe 1

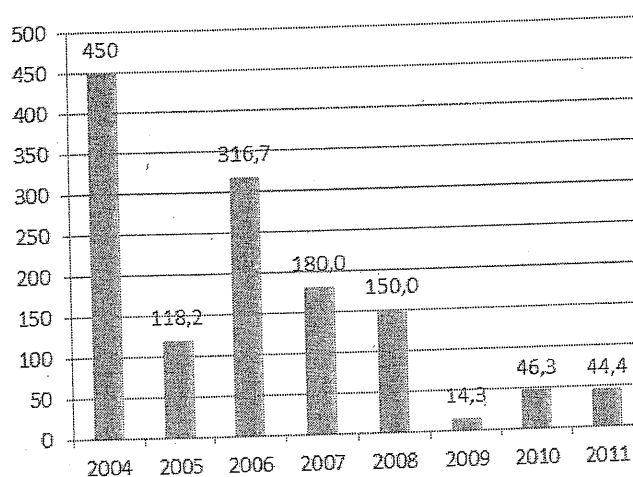
(17 Punkte)

In sozialen Netzwerken registrierte Personen

Hinweis : Die Aufgabenteile B und C können getrennt von Teil A bearbeitet werden.

Teil A

Laut den Angaben eines Soziologiedoktoranden zeigt das untenstehende Diagramm die Wachstumsrate der Anzahl der in sozialen Netzwerken registrierten Personen. Die in Prozent angegebenen Werte wurden seit der Entstehung der Netzwerke jährlich ermittelt. So hat sich beispielsweise dieser Personenkreis im Jahr 2008 um 150 % erweitert.



- (a) Zu Beginn des Jahres 2004 betrug die Anzahl eine Million. Wie viele Personen waren es am Ende des Jahres 2005.
 - (b) Kann man sagen, dass die Anzahl in 2010 und 2011 quasi stabil geblieben ist? Begründen Sie ihre Antwort.
- (a) Berechnen Sie den gesamten Wachstumsfaktor zwischen den Anzahlen am Anfang des Jahres 2004 und dem Ende des Jahres 2011. (Runden Sie das Ergebnis auf zwei Dezimale.)

(Zur Kontrolle : 845,27.)

- (b) Wenn p % die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate ist, wird der gesamte Wachstumsfaktor durch den Term $\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ angegeben, wobei n die Anzahl der Jahre nach 2004 angibt.

Berechnen Sie die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate in dem Zeitraum von 2004 bis 2011. Runden Sie das Ergebnis auf 1 %.

Teil B

Die Tabelle zeigt die Entwicklung der Anzahl der in sozialen Netzwerken registrierten Personen zwischen den Jahren 2007 und 2011.

Jahr	2007	2008	2009	2010	2011
Rang des Jahres x_i	0	1	2	3	4
Anzahl der Registrierten in Millionen y_i am Jahresbeginn	50	140	350	400	585

- Zeichnen Sie die Punktwolke $M_i (x_i; y_i)$ in ein orthogonales Koordinatensystem.
(Maßeinheiten : 2 cm für 1 auf der x-Achse und 1 cm für 100 auf der y-Achse.)
- Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes P und zeichnen Sie diesen in die Graphik ein.
- Geben Sie eine Gleichung der Regressionsgeraden Y von X an.
Zeichnen Sie diese Gerade in das vorhandene Koordinatensystem.
- Zu Beginn des Jahres 2012 betrug die Anzahl der in sozialen Netzwerken registrierten Personen 845 Millionen. Ist das gewählte Modell mit diesem Resultat kohärent?

Teil C

- Sei für jede natürliche Zahl n die Folge (u_n) durch ihr Anfangsglied $u_0 = 50$ und die Gleichung $\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n} = 0,76$ definiert.
 - Geben Sie die Art der Folge (u_n) an. Begründen Sie.
 - Geben Sie für alle natürlichen Zahlen n die explizite Form der Folge (u_n) in Abhängigkeit von n an.
- Die Folge (u_n) wird zur Modellierung der Anzahl der in sozialen Netzwerken registrierten Personen verwendet. Der Term u_n gibt diese Anzahl in Millionen zu Beginn des Jahres $(2007 + n)$ an. Im Folgenden sei

$$u_n = 50 \cdot (1,76)^n.$$

- Geben Sie unter Verwendung dieses Modells einen auf ganze Einheiten gerundeten Näherungswert der Personenzahl am Anfang von 2012 an.
 - Vergleichen Sie das gefundene Resultat mit der Anzahl zu Beginn von 2012 (siehe Teil B 4.).
 - Welches der zwei vorgeschlagenen Modelle stellt die Entwicklung der Anzahl in den Jahren 2007 bis 2012 besser dar? Begründen Sie.
- In welchem Jahr übersteigt die Anzahl der in sozialen Netzwerken registrierten Personen den Wert 4 Milliarden, wenn man den weiteren Verlauf der Entwicklung entsprechend des Modells aus Teil C annimmt?
(Der GTR kann hierbei verwendet werden.)

