

## Aufgabe 1

(15 Punkte)

Herr Schmidt möchte von seiner Bank einen Kredit über 50 000 € aufnehmen um damit eine Immobilie zu finanzieren. Er vereinbart mit seiner Bank zur Tilgung des Kredites am Ende jedes Monats einen festen Betrag  $m$  als Monatsrate zurück zu bezahlen.

Herr Schmidt verhandelt bei seiner Bank einen monatlichen Zins von 0,4 %. Dadurch erhöhen sich seine Schulden bei der Bank jeden Monat um diese 0,4 %.

1. Die Bank überweist Herrn Schmidt am Ende des Jahres 2008 die Summe von 50 000 € und dieser beginnt mit der monatlichen Rückzahlung Ende Januar 2009.

$C_0 = 50000$  bezeichnet seinen Kredit und  $C_1$  bezeichnet die Restschuld, die am Ende des ersten Monats verbleibt, nachdem er seine Monatsrate  $m$  für Januar zurückbezahlt hat.

Prüfen Sie, dass gilt:  $C_1 = 50200 - m$ .

2.  $C_n$  bezeichnet die Restschuld von Herrn Schmidt an seine Bank, die nach Zahlung der  $n$ -ten Monatsrate von seinem Kredit  $C_0$  verbleibt.

Zeigen Sie, dass gilt:  $C_{n+1} = 1,004 C_n - m \quad (n \in \mathbb{N})$ .

3. Für alle  $n \in \mathbb{N}$  sei die Folge  $(T_n)$  mit  $T_n = C_n - 250m$

a) Zeigen Sie, dass  $(T_n)$  eine geometrische Folge ist, ~~und geben Sie den Term  $T_n$  in Abhängigkeit von  $m$  an.~~

b) Beschreiben Sie den Ausdruck von  $T_n$  als Funktion von  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

Zeigen Sie, dass gilt:  $C_n = (50000 - 250m) \cdot 1,004^n + 250m$ .

4. Sei nun die monatliche Rate 400 €, also  $m = 400$ .

a) Berechnen Sie unter Verwendung von **3 b)** die Restschuld am Ende des 173. Monats.

b) Wie hoch ist für Herrn Schmidt die Gesamtsumme seiner Zinsen, bis er den Kredit vollständig zurück bezahlt haben wird, wenn der Restbetrag aus **Aufgabenteil a)** zinsfrei ist?

Welchem Prozentsatz bezüglich des aufgenommenen Kredits entspricht die Gesamtsumme der Zinsen?

5. Herr Schmidt schätzt, er könne monatlich 900 € zurückbezahlen.

a) Nach wie vielen Monaten würde Herr Schmidt in diesem Fall die letzte Rate seines Kredits von 50000 € bezahlen?

b) Wie viel Geld würde er bei dieser monatlichen Rate von 900 € im Vergleich zu der monatlichen Rate von 400 € insgesamt sparen?

c) Schließlich entscheidet sich Herr Schmidt für eine Variante, bei der er seinen Kredit nach genau drei Jahren zurückbezahlt haben wird.

Wie hoch muss dann seine monatliche Rate sein? Geben Sie das Ergebnis in Euro gerundet an.