

Aufgabe 2

(18 Punkte)

Ausstattungsgrad mit Handys in deutschen Haushalten

In der Zeit um das Jahr 2000 stieg die Popularität von Mobiltelefonen („Handys“) stark an. Ein Maß für die Verbreitung von Handys ist der sogenannte Ausstattungsgrad der Haushalte. Dieser Ausstattungsgrad gibt an, wie viel Prozent der Haushalte mindestens ein Handy besitzen.

Die folgende Tabelle gibt die Daten für den Ausstattungsgrad A_i für Handys in deutschen Haushalten an (Quelle : Statistisches Bundesamt Deutschland www.destatis.de).

Jahr	1998	1999	2000	2001	2002	2004	2006	2009	2010
Rang x_i	1	2	3	4	5	7	9	12	13
A_i in %	11,2	16,5	29,8	56,2	68,7	72,1	80,6	86,7	88,9
$y_i = \ln(A_i)$									
$z_i = \ln\left(\frac{90}{A_i} - 1\right)$									

Teil A : „Handyboom“ in den Jahren von 1998 bis 2002

- Zeichnen Sie die Daten für die Jahre 1998 bis 2002 als Punktwolke $(x_i|A_i)$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem.
(Wählen Sie den Punkt $O(0|0)$ als Ursprung und als Einheit 1 cm für 1 Jahr auf der x -Achse und 1 cm für 10 % auf der y -Achse. Zeichnen Sie die x -Achse bis 13 und die y -Achse bis 100 %).
- Man setzt $y_i = \ln(A_i)$.
Füllen Sie in der Tabelle im **Anhang** für die Jahre 1998 bis 2002 die vierte Zeile y_i aus. Runden Sie auf drei Nachkommastellen.
- Bestimmen Sie mit dem GTR die Gleichung der Regressionsgeraden g zwischen x_i und y_i .
- Zeigen Sie mit dem Ergebnis aus **Teil A 3.**, dass die Gleichung $A_i = 6,81 e^{0,485x_i}$ die Daten für den Ausstattungsgrad annähert.
- Mit welchem Ausstattungsgrad kann nach dem Modell aus **Teil A 4.** im Jahr 2003 gerechnet werden? Ist dies realistisch?

Als Konsequenz des Ergebnisses aus **Teil A 5.** wählt man zur Beschreibung der Entwicklung des Ausstattungsgrades in **Teil B** ein anderes Modell.

Teil B : Längerfristige Entwicklung

1. Vervollständigen Sie das Koordinatensystem aus **Teil A 1.** mit den angegebenen Punkten $(x_i | A_i)$ der Jahre 2004 bis 2010.

Um die längerfristige Entwicklung im Zeitraum von 1998 bis 2010 zu modellieren setzt man $z_i = \ln \left(\frac{90}{A_i} - 1 \right)$.

2. Füllen Sie die fünfte Zeile z_i der Tabelle im **Anhang** aus.
3. Führen Sie mit dem GTR eine lineare Regression zwischen x_i und z_i durch. Geben Sie die Gleichung der Regressionsgeraden auf drei Nachkommastellen genau an.
4. Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus **Teil B 3.** eine Gleichung, mit der man A_i in Abhängigkeit von x_i berechnen kann.
5. Wie hoch würde nach diesem neuen Modell der Ausstattungsgrad im Jahr 2012 sein?
6. Zeichnen Sie mit Hilfe des GTRs den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{90}{1 + 7,54 e^{-0,481x}}$ in das Koordinatensystem ein.
7. Bestimmen Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow +\infty$. Was würde dies für den Ausstattungsgrad bedeuten?

ANHANG

Der Anhang muss mit abgegeben werden.

Jahr	1998	1999	2000	2001	2002	2004	2006	2009	2010
Rang x_i	1	2	3	4	5	7	9	12	13
A_i in %	11,2	16,5	29,8	56,2	68,7	72,1	80,6	86,7	88,9
$y_i = \ln(A_i)$									
$z_i = \ln\left(\frac{90}{A_i} - 1\right)$									