

AUFGABE 2

17 Punkte

Teil C ist unabhängig von den Teilen A und B.

Ein Zulieferer für die Automobilindustrie stellt Elektromotoren her. Trotz seiner Qualitätspolitik sind einige dieser Motoren defekt.

Teil A (1 Punkt)

Jeden Monat testet der Hersteller eine zufällige Stichprobe von 100 Motoren aus seiner Produktion. Die folgende Tabelle stellt die Ergebnisse dieser Überprüfung für das Jahr 2022 dar:

Monat	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
Anzahl an defekten Motoren aus der Stichprobe	2	2	3	1	3	3	6	8	3	2	2	1

Berechnen Sie den zugehörigen arithmetischen Mittelwert $\bar{x}$.

Teil B (13 Punkte)

Eine Studie über defekte Motoren hat gezeigt, dass zwei Arten von Fehlern auftreten können. Ein Fehler A mit Wahrscheinlichkeit p und ein seltener Fehler B, der halb so häufig vorkommt wie Fehler A.

Sei das Ereignis A: „Ein zufällig ausgewählter Motor hat Fehler A“

Sei das Ereignis B: „Ein zufällig ausgewählter Motor hat Fehler B“.

Man stellt fest, dass bei einem Motor mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0002 beide Fehler auftreten und dass die Ereignisse A und B unabhängig voneinander sind.

1)

- Zeigen Sie, dass $p = P(A) = 0,02$.
- Bestimmen Sie $P(B)$.
- Zeigen Sie, dass $P(A \cup B) = 0,0298$.
- Ein Motor ist funktionstüchtig, wenn bei ihm weder Fehler A noch Fehler B auftreten. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Motor funktionstüchtig ist.

- 2) Ein Kunde des Zulieferers führt eine Stichprobenkontrolle bei den an ihn gelieferten Motoren durch. Er prüft eine zufällige Stichprobe von 100 Motoren. Er findet heraus, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein bei dieser Auswahl zufällig entnommener Motor fehlerfrei ist, 0,97 beträgt. Die Ziehungen sind unabhängig.
Sei X die Anzahl defekter Motoren in der Stichprobe von 100 Motoren.

- a) Welcher Verteilung unterliegt die Zufallsvariable X ? Wie lauten die Parameter?
- b) Erstellen Sie eine Tabelle entsprechend der Abbildung und füllen Sie sie unter Verwendung des GTR aus. Runden Sie die Wahrscheinlichkeiten auf Tausendstel.

$P(0 \leq X \leq 1)$	$P(2 \leq X \leq 5)$	$P(X \geq 6)$

Der Kunde ist über die fehlerhaften Motoren verärgert. Der Zulieferer möchte ihm entgegenkommen. Daher beschließt er, den Preis, den er pro Motor verlangt, nach folgendem Prinzip anzupassen:

- Wenn eine Stichprobe von 100 geprüften Motoren mindestens 6 defekte Motoren enthält, reduziert er den Preis um 50 Euro pro Motor.
 - Wenn eine Stichprobe von 100 geprüften Motoren höchstens einen defekten Motor enthält, erhöht er den Preis um 10 Euro pro Motor.
 - Andernfalls ändert er den Preis nicht.
- c) Berechnen Sie, welchen durchschnittlichen Verlust pro Motor der Zulieferer bei diesem Verfahren im Vergleich zum Festpreis zu verzeichnen hat.
- d) Um seinen Umsatz zu verbessern, beschließt der Zulieferer, die Qualität seiner Motoren zu verbessern. Die Wahrscheinlichkeit für einen defekten Motor beträgt jetzt 0,02.
- i. Überprüfen Sie, dass der Zulieferer mit einer Erhöhung des gezahlten Preises um etwa 3,28€ pro Motor im Vergleich zum Festpreis rechnen kann.
 - ii. Sei $x = P(A)$.
Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Motor defekt ist, genau dann gleich 0,02 ist, wenn und nur wenn $x^2 - 3x + 0,04 = 0$ gilt.
 - iii. Berechnen Sie für diesen Fall den Wert für $P(A)$. Runden Sie auf Tausendstel.

Teil C (3 Punkte)

Die Motoren werden zur Ausrüstung von elektrischen Autofenstern verwendet (Fensterhebermotor). Wir betrachten eine Stichprobe von 100 Motoren, die zwei defekte Motoren enthält. Da man vier Fensterhebermotoren pro Auto benötigt, werden mit den 100 Motoren der Stichprobe 25 Autos ausgerüstet.

- 1) Unter diesen 25 Autos wird zufällig ein Auto ausgewählt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
 M_0 = „Das Auto hat keinen defekten Fensterhebermotor“
 M_1 = „Das Auto hat einen einzigen defekten Fensterhebermotor“
- 2) Die 25 Autos werden zufällig nebeneinander in einer Reihe angeordnet. Es wird davon ausgegangen, dass sich die beiden defekten Motoren in zwei verschiedenen Autos befinden.
 - a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden Autos mit einem defekten Fensterhebermotor auf der ersten Position und auf der letzten Position befinden.
 - b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden Autos mit einem defekten Fensterhebermotor genau nebeneinander stehen.

Correction :

