

Exercice 1

Ohne eine Idee für die Mathematik-Hausaufgabe zu haben, beschließt Herr Dhenin, die Pürees der Woche für sein Kind vorzubereiten. Er hat fünf Gemüsesorten und drei Fleischsorten zur Verfügung. Da kommt ihm die Idee, eine Kombinatorikaufgabe für seine Schüler der Abschlussklasse zu erstellen, die begeistert sein werden, mehr über das spannende Leben ihres Lehrers zu erfahren.

1. Wie viele Pürees mit einer Fleischsorte und einem Gemüse kann er zubereiten ?
2. Wie viele Pürees mit einer Fleischsorte und drei Gemüsesorten kann er zubereiten ?
3. Herr Dhenin erinnert sich dann, dass er auch Kompotte zubereiten muss. Er hat 6 verschiedene Früchte. Ein Kompott kann aus einer oder zwei Früchten bestehen. Wie viele verschiedene Kompotte kann er zubereiten ?
4. Eine Babymahlzeit besteht aus einem Püree und einem Kompott. Das Püree enthält 0 oder 1 Fleischsorte sowie 1, 2 oder 3 Gemüsesorten. Das Kompott enthält 1 oder 2 Früchte. Wie viele verschiedene Babymahlzeiten kann Herr Dhenin zusammenstellen ?
5. Herr Dhenin hat 7 Mahlzeiten für die Woche vorbereitet. Er erstellt dann einen Speiseplan für die Woche, indem er jeder Mahlzeit einen bestimmten Tag zuordnet. Wie viele verschiedene Speisepläne kann er erstellen ?

Exercice 2

Müde von seinem Beruf hat ein Mathematiklehrer beschlossen, sich als Bäcker neu zu orientieren. Alice ist eine regelmäßige Kundin dieser Bäckerei und kommt oft, um ihre Baguettes und ihr Croissant zu kaufen. Der Bäcker konnte nicht umhin zu bemerken, dass Alice sich folgendermaßen verhält :

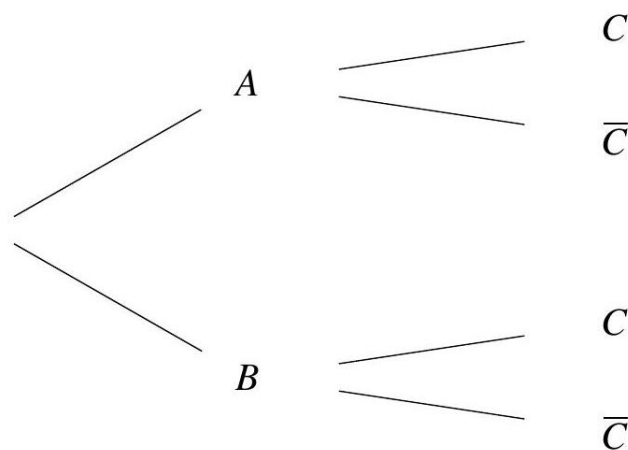
- In 60% der Fälle kauft Alice ein Baguette, wenn sie in die Bäckerei kommt. Andernfalls kauft sie zwei Baguettes.
- Wenn Alice nur ein Baguette kauft, besteht eine 75%ige Wahrscheinlichkeit, dass sie auch ein Croissant nimmt.
- Wenn Alice zwei Baguettes kauft, nimmt sie nur in 30% der Fälle ein Croissant.

Suite de l'exercice 2

Alice betritt die Bäckerei. Wir betrachten die folgenden Ereignisse :

- A : „Alice kauft nur ein Baguette“ ;
- B : „Alice kauft zwei Baguettes“ ;
- C : „Alice kauft ein Croissant“.

1. Übertragen und vervollständigen Sie das folgende gewichtete Baumdiagramm, das die Situation beschreibt.



2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Alice zwei Baguettes und ein Croissant kauft ?
3. Zeigen Sie, dass $\mathbb{P}(C) = 0,57$ ist.
4. Alice verlässt die Bäckerei. Der Bäcker erinnert sich daran, dass Alice ein Croissant genommen hat, kann sich aber nicht an die Anzahl der Baguettes erinnern, die sie gekauft hat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Alice zwei Baguettes gekauft hat ? Runden Sie auf 10^{-3} genau.
5. Der Bäcker verkauft seine Baguettes für 1,05 Euro und seine Croissants für 0,95 Euro. Wir definieren X als die Zufallsvariable, die den von Alice gezahlten Preis während ihres Besuchs in der Bäckerei angibt.
 - (a) Übertragen und vervollständigen Sie die folgende Tabelle, die das Gesetz der Zufallsvariable X zusammenfasst.

k	1,05	2	2,10	3,05
$P(X = k)$	0,15			

- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X und interpretieren Sie das Ergebnis im Kontext der Aufgabe.

Exercice 3

Diese Aufgabe ist ein Multiple-Choice-Fragebogen. Für jede der folgenden Fragen ist nur eine der vier vorgeschlagenen Antworten korrekt.

Eine falsche Antwort, eine Mehrfachantwort oder keine Antwort führt weder zu einem Punktgewinn noch zu einem Punktverlust.

Zur Beantwortung geben Sie auf dem Lösungsblatt die Nummer der Frage und den Buchstaben der gewählten Antwort an. Eine Begründung ist nicht erforderlich.

Neben knusprigen Baguettes und köstlichen Croissants verkauft der Bäcker auch andere Produkte. So gibt es 10 verschiedene Arten von Kuchen, 4 Sorten Cookies, 12 Getränkesorten sowie 15 verschiedene Sandwiches.

1. Da die Vitrine des Bäckers nicht groß genug ist, um alle Sandwichsorten gleichzeitig aufzunehmen, muss er 8 auswählen, die er ausstellen und so hervorheben kann. Die Reihenfolge, in der er die Sandwiches in die Vitrine legt, ist dabei wichtig. Wie viele Möglichkeiten hat der Bäcker, seine Präsentation zu gestalten?

- | | |
|--------------|-------------|
| A. 259459200 | C. 16777216 |
| B. 40320 | D. 6435 |

2. Ein Menü besteht aus einem Sandwich, einem Getränk und einem Dessert, das entweder eine Pâtisserie oder ein Cookie sein kann. Wie viele verschiedene Menüs kann man zusammenstellen?

- | | |
|---------|---------|
| A. 41 | C. 2520 |
| B. 7200 | D. 1800 |

3. Ein hungriger Kunde möchte eine Auswahl der Produkte des Bäckers probieren. Er plant, 3 verschiedene Kuchen und 2 verschiedene Cookies zu bestellen, um eine Vielfalt an Geschmäckern zu erleben. Wie viele Möglichkeiten hat er, seine Bestellung zusammenzustellen?

- | | |
|---------|----------|
| A. 720 | C. 16000 |
| B. 2002 | D. 126 |

Suite de l'exercice 3

4. Angesichts des Erfolgs seiner Cookies beschließt unser Bäcker-Mathematiker, einen personalisierten Cookie-Service anzubieten. Jeder Kunde kann eine Cookie-Basis (Natur oder Schokolade) und die darauf zu legenden Zutaten auswählen. Es stehen 5 Zutaten zur Verfügung, und die Kunden können beliebig viele davon auf ihren Keks legen – sie können also keine, einige oder alle 5 gleichzeitig wählen. Wie viele verschiedene Cookie-Rezepte sind möglich?

- | | |
|--------|-------|
| A. 10 | C. 25 |
| B. 240 | D. 64 |

Solutions des exercices

Solution de l'exercice 1 Sans idée d'exercice pour le devoir de mathématiques, M. Dhenin décide de préparer les purées de la semaine pour son enfant. Celui-ci dispose de cinq légumes et de trois viandes pour les préparer. Il imagine alors un exercice de combinatoire à donner à ses élèves de terminale qui seront ravis d'en apprendre davantage sur la vie passionnante de leur professeur.

1. Il y a $\binom{5}{1}\binom{3}{1} = 15$ recettes de purées comportant une viande et un légume.
2. Il y a $\binom{5}{3}\binom{3}{1} = 30$ recettes de purées comportant une viande et 3 légumes.
3. Il y a $\binom{6}{1} + \binom{6}{2} = 21$ compotes différentes possibles. On choisit 1 OU 2 ingrédients, cela se traduit par une addition.
4. Le nombre de menus est de

$$\left(\binom{3}{0} + \binom{3}{1}\right) \times \left(\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3}\right) \times \left(\binom{6}{1} + \binom{6}{2}\right) = 2100$$

(on traite d'abord la viande, puis les légumes, et enfin les fruits!)

5. Le nombre de menus possibles pour la semaine est donc de 2100^7 , soit 180108854100000 000000000. Bon appétit!

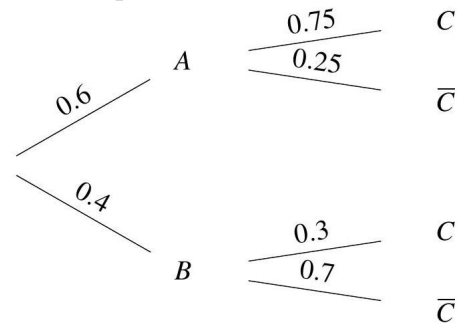
Solution de l'exercice 2 Lassé de son métier, un professeur de mathématiques a décidé de se reconvertir dans la boulangerie. Alice est une cliente régulière de cette boulangerie et vient souvent pour y acheter ses baguettes et son croissant. Le boulanger n'a pas pu s'empêcher de remarquer que le comportement d'Alice était le suivant :

- Dans 60% des cas, Alice achète une baguette lorsqu'elle vient à la boulangerie. Dans le cas contraire, elle en achète deux.
- Si Alice achète une seule baguette, il a 75% de chance qu'elle prenne également un croissant.
- Si Alice achète deux baguettes, elle ne prend un croissant que dans 30% des cas

Alice entre dans la boulangerie. On considère les événements suivants :

- A : «Alice achète une seule baguette» ;
- B : «Alice achète deux baguettes» ;
- C : «Alice achète un croissant».

1. L'arbre pondéré suivant traduit la situation.



2. La probabilité qu'Alice achète deux baguettes et un croissant correspond à $P(B \cap C)$. On a

$$P(B \cap C) = P(B) \times P_B(C) = 0.4 \times 0.3 = 0.12$$

3. Il est important pour cette question de préciser les hypothèses utilisées! En l'occurrence, on précise que $\{A; B\}$ est un système complet d'événements. D'après la formule des probabilités totales, on a donc :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C \cap A) + P(C \cap B) \\ &= P(A) \times P_A(C) + 0.12 \\ &= 0.6 \times 0.75 + 0.12 \\ &= 0.57 \end{aligned}$$

4. La probabilité que l'on recherche est $P_C(B)$. Par définition, on a

$$P_C(B) = \frac{P(C \cap B)}{P(C)} = \frac{0.12}{0.57} \simeq 0.211$$

Attention à bien arrondir à 10^{-3} près comme le demande l'énoncé!

5. Le boulanger vend ses baguettes à 1,05 euros et ses croissants à 0,95 euros. On note X la variable aléatoire qui donne le prix payé par Alice lors de sa visite chez le boulanger.

(a) Le tableau suivant résume la loi de la variable aléatoire X .

k	1,05	2	2,10	3,05
$P(X = k)$	0,15	0,45	0,28	0,12

Il suffit de faire le lien entre le prix et les événements : une dépense de 2 euros correspond à une baguette et un croissant, etc. Pour vérifier, on n'oublie pas que la somme des probabilités doit forcément valoir 1.

(b) L'espérance de X vaut $0.15 \times 1.05 + 0.45 \times 2 + 0.28 \times 2.1 + 0.12 \times 3.05 = 2.0115$. En moyenne, Alice dépense donc environ 2.01 euros en venant à la boulangerie.

Solution de l'exercice 3 Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Outre des baguettes croustillantes et de délicieux croissants, le boulanger vend également d'autres produits. On trouve ainsi 10 sortes de pâtisseries différentes, 4 types de cookies, 12 types de boissons ainsi que 15 sandwiches différents.

1. La vitrine du boulanger n'étant pas assez grande pour accueillir tous les types de sandwiches en même temps, le boulanger doit en choisir 8 qu'il pourra exposer et ainsi mettre en avant. L'ordre dans lequel il place les sandwiches dans la vitrine étant important, combien de choix s'offrent au boulanger pour réaliser sa présentation ?
A. 259459200
B. 40320
C. 16777216
D. 6435

L'ordre est important et il n'y a pas de répétitions : il s'agit d'un arrangement. Le boulanger a donc 15 choix pour le premier sandwich, 14 pour le deuxième, 13 pour le troisième etc. La nombre de possibilités vaut donc $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8$ soit 259459200 .

Réponse A.

2. Une formule est composée d'un sandwich, d'une boisson et d'un dessert, ce-dernier pouvant être une pâtisserie ou un cookie. Combien de formules différentes peut-on ainsi constituer ?
A. 41
B. 7200
C. 2520
D. 1800

Il y a 15 choix de sandwich, 12 choix de boissons et 14 choix de dessert. Le nombre de formules est donc de $15 \times 12 \times 14$ soit 2520 . **Réponse C.**

3. Un client un peu gourmand souhaite goûter à un échantillon des produits du boulanger. Il compte ainsi commander 3 gâteaux et 2 cookies, tous différents les uns des autres pour varier les plaisirs. Combien de choix s'offrent à lui pour réaliser sa commande ?
A. 720
B. 2002
C. 16000
D. 126

Le client choisit 3 pâtisseries parmi 10 et 2 cookies parmi 4 . Le nombre de possibilités vaut donc $\binom{10}{3} \binom{4}{2}$, soit 720 . **Réponse A.**

4. Face au succès des cookies, notre boulanger-mathématicien décide de lancer un service de cookie personnalisé. Chaque client peut alors choisir une base de cookie (nature ou chocolat) et les ingrédients à mettre dessus. 5 ingrédients sont disponibles et les clients peuvent choisir d'en mettre autant qu'ils veulent sur leur gâteau. Ils peuvent ainsi tout à fait choisir de n'en mettre aucun comme de mettre les 5 en même temps. Combien de recettes de cookies différentes est-il alors possible de créer ?

- A. 10
B. 240
C. 25
D. 64

Il y a deux choix de bases. Pour choisir les ingrédients, on a alors 2^5 possibilités (pour chaque ingrédient, on a 2 choix : le prendre ou pas). Le nombre total de cookies que l'on peut former est donc 2×2^5 soit 64 . **Réponse D.**