

Contrôle n° 3 : Régression linéaire

• • Vendredi 22 novembre 2024 • •

La calculatrice est autorisée.

Nom :

Consigne : mettre son nom sur ce sujet et le rendre avec la copie.

Prénom :

Classe : Terminale ES

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice n° 1 : Indice boursier (5 points)

On donne ci-dessous les valeurs d'un indice boursier au premier de chaque mois entre janvier et septembre 2001.

Les calculs seront effectués à l'aide de la calculatrice. Aucun détail de ces calculs n'est demandé.

- Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i; y_i)$ arrondi à 0,01. $r = -0,98$
- On considère que ce coefficient justifie **un ajustement affine** par la méthode des moindres carrés. Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x (les coefficients étant arrondis à 0,01). $y = -123,33x + 7161,11$
- On suppose que la tendance se poursuit.
 - En utilisant cet ajustement, donner une estimation de cet indice boursier au 1^{er} janvier 2002. On arrondira le résultat à 10^{-2} . **Au premier janvier 2002, l'indice boursier sera d'environ 5557,78.**
 - À partir de quel mois (et de quelle année) peut-on estimer que cet indice sera inférieur à 5000 ? **Grâce à la calculatrice, on trouve $x = 18$, c'est-à-dire en juin 2002. Cela revient à résoudre**

$$-123,33x + 7161,11 \leq 5000$$

qui est équivalent à

$$-123,33x \leq -2161,11$$

c'est-à-dire (car $-123,33$ est négatif)

$$x \geq \frac{-2161,11}{-123,33}$$

$\frac{-2161,11}{-123,33} \approx 17,52$ et x est un entier, donc le mois à partir duquel x sera inférieur à 5000 est le 18^e mois à partir de janvier 2001, c'est-à-dire en juin 2002.

Date	Rang x_i	Indice y_i
01/01	1	7100
01/02	2	6900
01/03	3	6800
01/04	4	6600
01/05	5	6500
01/06	6	6350
01/07	7	6400
01/08	8	6250
01/09	9	6000

Exercice n° 2 : Salaires et Stress (5 points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

On considère les données ci-dessous, où l'on a classé les métiers en fonction de leur salaire et de leur quantité de stress. Par exemple, l'emploi le moins bien rémunéré est employé de banque et le mieux rémunérée est trader à Wall Street. De même, économiste est le métier le moins soumis au stress, mais l'emploi le plus soumis au stress est pilote de l'air.

1. Calculer les coordonnées du point moyen. $G(6; 6)$
2. Sachant que le coefficient directeur de la droite de régression est 0,8818, déterminer l'équation de la droite de régression. Justifier soigneusement (il ne s'agit pas seulement de lire le résultat sur la calculatrice).

On sait que l'équation de la droite de régression est $y = 0,8818x + b$ et que la droite de régression passe par le point G .

Ainsi les coordonnées de G vérifient l'équation de la droite, c'est-à-dire

$$6 = 0,8818 \times 6 + b$$

ou encore

$$b \approx 0,71$$

Donc l'équation de la droite de régression est $y = 0,8818x + 0,71$.

3. Si on note r le coefficient de corrélation linéaire, on a $r^2 = 0,77757$. Semble-t-il y avoir un lien entre stress et salaire? Justifier. Si $r^2 = 0,77757$, alors $r = 0,8818$ ou $r = -0,8818$ (dans notre contexte, $r = 0,8818$). $|r| > 0,87$ il y a donc un lien entre stress et salaire.

Emploi	Rang du salaire (y)	Rang du stress (x)
Agent de change	9	9
Zoologiste	5	4
Ingénieur en électricité	8	5
CPE	6	7
Gérant d'hôtel	4	6
Employé de banque	1	3
Inspecteur de la sécurité	2	2
Economiste	3	1
Psychologue	7	8
Pilote de l'air	10	11
Trader à Wall Street	11	10

Exercice n° 3 : Problème avec deux modèles (10 points)

Dans cet exercice, les calculs peuvent être effectués à la calculatrice ; leur détail n'est pas exigé.
Le tableau ci-dessous donne la charge maximale y_i en tonnes qu'une grue peut lever pour une longueur x_i en mètres de la flèche.

x_i (mètres)	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
y_i (tonnes)	10	9	8	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3,2

1. Les réponses numériques à cette question seront données à 10^{-2} près.
 - (a) Représenter le nuage de points $M(x_i, y_i)$ à l'aide du repère orthogonal donné en annexe.
 - (b) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre y et x . $r = -0,96$
 - (c) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite sur le graphique en annexe. $y = -0,26x + 13,1$
 - (d) Utiliser cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres. Que peut-on remarquer ? On calcule $y = -0,26 \times 26 + 13,1$, et on trouve 6,34. Ainsi, la charge maximale que peut soulever la grue avec une flèche de 26 mètres est 6,34 tonnes. Ce résultat est incohérent au regard des valeurs du modèle. L'ajustement n'est pas assez précis.
2. On pose $z_i = \frac{1}{y_i}$ pour tout i entier entre 1 et 11.
 - (a) Compléter le tableau suivant directement dans le tableau ci-dessous (les z_i seront arrondis à 10^{-3} près).

x_i (mètres)	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
$z_i = \frac{1}{y_i}$	0,100	0,111	0,125	0,143	0,167	0,182	0,2	0,222	0,25	0,286	0,313

- (b) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre z et x , puis une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés (les résultats numériques seront arrondis à 10^{-4} près). $r = 0,9993$ et $z = 0,0084x - 0,0409$.
- (c) En se fondant sur les résultats obtenus en 2.(b), calculer la valeur de z correspondant à $x = 26$; en déduire la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres. Ce résultat paraît-il plus satisfaisant que celui de 1.(d) ? Pourquoi ?
 $z = \frac{1}{y}$, ainsi, pour $x = 26$

$$\frac{1}{y} = 0,0084 \times 26 - 0,0409 = 0,1775$$

c'est-à-dire

$$y = \frac{1}{0,1775} = 5,63$$

Au regard des données, ce résultat est bien plus satisfaisant que celui de la question 1.(d), car il est cohérent avec les valeurs proposées.

Annexe pour l'exercice 3



