

Histoire des mathématiques

■ THÉORÈME D'EUCLIDE

Il existe une infinité de nombres premiers.

THEOR. 18. PROP. XX.

Quelque multitude de nombres premiers proposez, il s'en trouvera encores d'autre

Soit quelconque multitude de nombres premiers B, C. Jedis qu'il s'en trouvera encores d'autres

Car si on trouve le nombre DE, le plus petit de tous ceux qui peuvent être mesurez par les trois nombres A, B, C, par la 37. prop. 7. & à iceluy DE on adjoûte l'unité EF, le tout DF sera pr

A . . 2	B . . 3	C .
D		
G		

E L E M E N T .

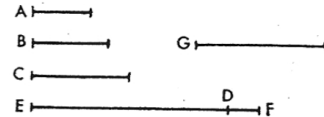
519

non : S'il est premier, on a un nombre premier autre que pas un des proposez : Mais si DF n'est premier, il sera mesurez par quelque nombre premier, par la 37. prop. 7. Soit donc mesurez par G ; il est évident que G ne peut pas être un des trois A, B, C : car s'il étoit quelqu'un d'iceux, il mesureroit comme eux DE. Donc G mesurant le tout DF, & le retranché DE, par la 12. comment. il mesureroit aussi le reste DF, sçavoir un nombre l'unité : Ce qui est absurde. Donc G est autre nombre premier que pas un des proposez. Et en cette façon on en peut trouver infiny autres. Parquoy quelque multitude de nombres premiers qu'on proposez, &c. Ce qu'il falloit démontrer.

Les nombres premiers sont plus nombreux que toute multitude proposée de nombres premiers.

Soient A, B, C les nombres premiers que l'on aura proposés. Je dis que les nombres premiers sont plus nombreux que A, B, C.

Car soit pris le plus petit nombre mesurez par A, B, C et que ce soit DE. Ajoutons l'unité DF à DE. EF sera premier ou non.



Qu'il soit d'abord premier. On aura trouvé les nombres premiers A, B, C, EF, plus nombreux que les nombres A, B, C.

Mais que EF ne soit pas premier. Il est mesurez par quelque nombre premier. Qu'il soit mesurez par le nombre premier G. Je dis que G n'est aucun des nombres A, B, C. Car, si possible, qu'il en soit un. A, B, C mesurent DE, donc G mesurera aussi DE. Mais il mesure encore EF. Donc G, qui est un nombre, mesurera le reste, l'unité DF, ce qui est absurde.

Donc G n'est aucun des nombres A, B, C et il est premier par hypothèse.

On a donc trouvé les nombres premiers A, B, C, G, plus nombreux que la multitude proposée A, B, C. c.q.f.d.

Démonstration.

□