

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET BLANC

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 heures

130 points

Dès que le sujet est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il comporte 9 pages numérotées de la page 1 sur 9 à la page 9 sur 9

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Exercice 1	38 points
Exercice 2	18 points
Exercice 3	22 points
Exercice 4	18 points
Exercice 5	18 points
Exercice 6	16 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

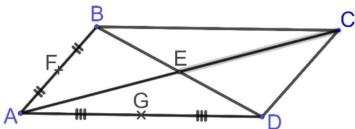
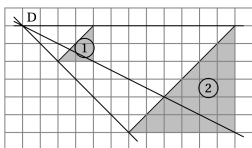
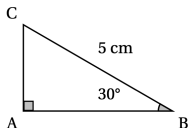
Exercice 1 : Q.C.M. 38 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B ou C choisie.

Aucune justification n'est demandée. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	D'après des chercheurs, la probabilité qu'une personne subisse une attaque mortelle par un requin au cours de sa vie, est de ...	$2,7 \times 10^{-7}$	$2,7 \times 10^0$	$2,7 \times 10^7$
2	La forme développée de $x + 5 - (x + 6)(2x - 3)$ est	$-2x^2 - 10x + 23$	$-2x^2 + 10x + 23$	$-2x^2 - 8x + 23$
3	ABCD est un parallélogramme de centre E.  L'homothétie de centre A qui transforme B en F ...	a pour rapport 2.	transforme G en D.	transforme C en E.
4	Sur un site, un pantalon est vendu 60 € au lieu de 80 €. Le pourcentage de réduction est ...	20 %	25 %	75 %
5	La médiane de la série ci-dessous est ... 11 – 17 – 8 – 14 – 3 – 20 – 5 – 10 – 12	3	5	11
6	Un sac de billes opaque contient deux billes rouges, trois billes vertes et trois billes bleues. On tire au hasard une bille dans ce sac. Quelle est la probabilité d'obtenir une bille rouge ?	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
7	Si je souhaite augmenter un prix de 25 %, par quel coefficient dois-je multiplier ce prix ?	1,25	0,25	0,75
8	Sur la figure suivante, le triangle 2 est l'image du triangle 1 par une transformation. Quelle est cette transformation ? 	Une translation	Une homothétie de centre D et de rapport -3	Une homothétie de centre D et de rapport 3
9	On considère une fonction f définie par : $f(x) = -9 - 7x$ Quelle est l'affirmation correcte ?	f est une fonction affine	f est une fonction linéaire	f n'est ni une fonction affine ni une fonction linéaire
10	L'année-lumière est une unité de longueur égale à environ 9 461 milliards de kilomètres. À quelle distance en mètres cela correspond-il ?	$9,461 \times 10^{15}$ m	$9,461 \times 10^{12}$ m	$9,461 \times 10^9$ m
11	 Quelle expression donne la longueur AB en centimètre ?	$5 \times \sin(30^\circ)$	$5 \times \cos(30^\circ)$	$\frac{5}{\cos(30^\circ)}$

Exercice 2 : Paniers de légumes 18 points

José, un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients. Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.

Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.

1. (a) Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51.
(b) En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.
(c) Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier ?

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. (a) Combien d'aubergines ne seront pas utilisées ? Justifier votre réponse.
(b) Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

José souhaite que ses 13 paniers contiennent également des tomates.

Il estime qu'il en a entre 110 et 125, prêtes à être récoltées.

3. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?

Exercice 3 : Fonctions 22 points

Après un de ses entraînements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraîneur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-contre.

L'allure moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.

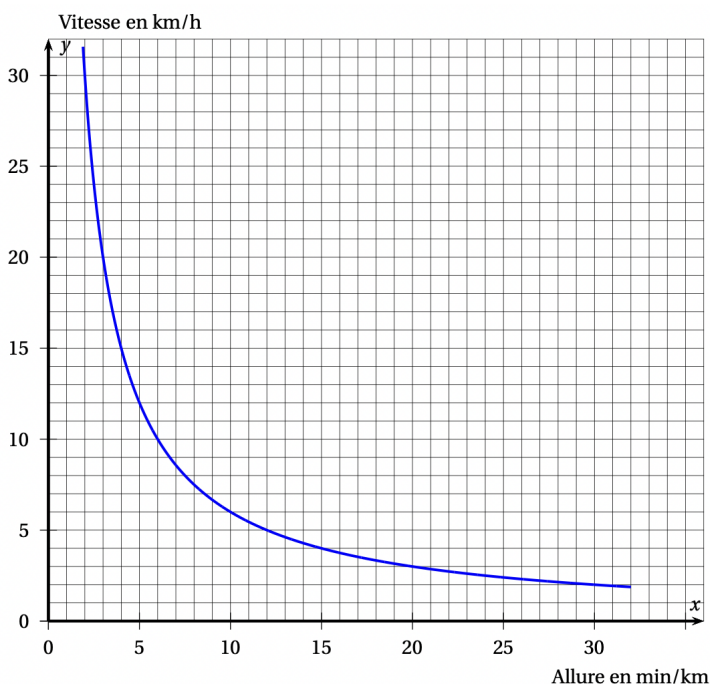
Entraînement course à pied		
10,5 km	1 h 03 min	6 min/km
Distance	Durée	Allure moyenne
851	35 m	
Calories	Gain altitude	

1. Bob s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne. Calculer cette vitesse moyenne en km/h.
2. Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \frac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h. Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).
(a) Le tableau suivant, réalisé grâce à un tableur, donne les valeurs de $f(x)$ en fonction de x

	A	B	C	D	E
1	x	1	2	4	6
2	$f(x)$	60	30	15	10

Quelle est la formule écrite **puis étirée** en B2 pour remplir la deuxième ligne.

- (b) La fonction f est-elle une fonction linéaire ? Justifier.
 - (c) Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km. Calculer l'image de 5 par f . Que représente le résultat obtenu ?
3. Répondre aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-contre :
- (a) Donner un antécédent de 10 par la fonction f .
 - (b) Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donner une valeur approchée de sa vitesse en km/h.



Exercice 4 : Isolation 18 points

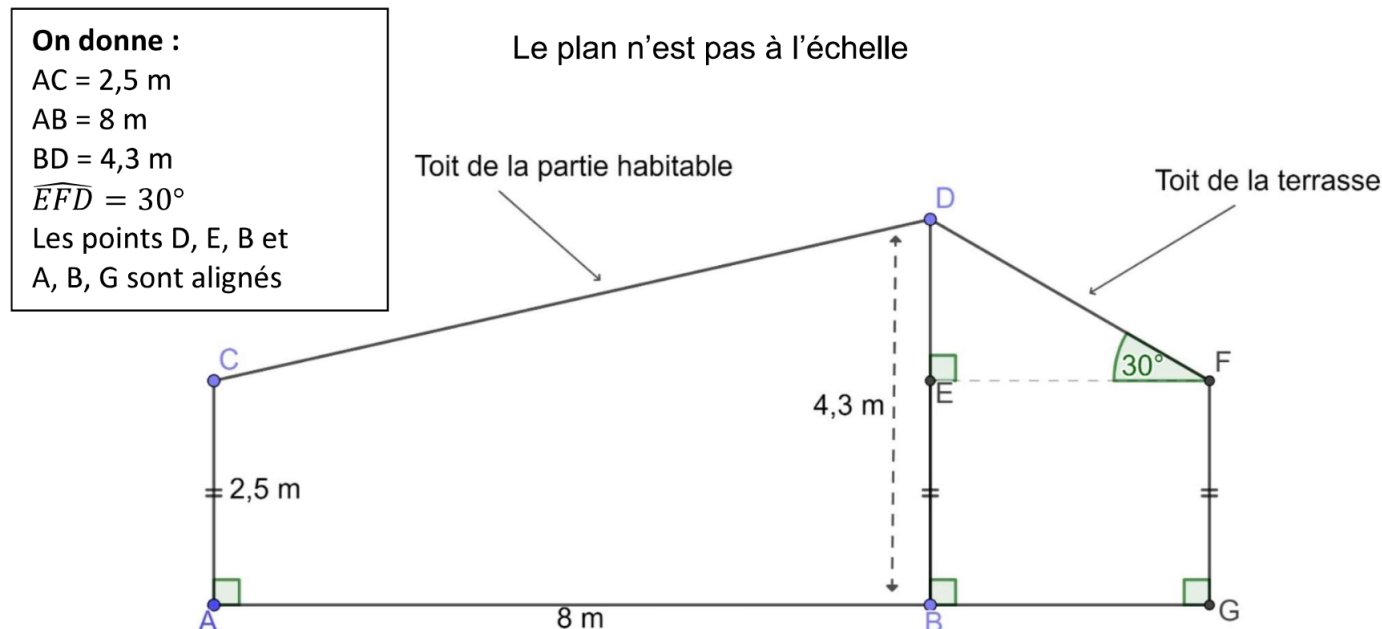
Matthieu souhaite isoler la toiture de sa maison.

Il compte utiliser de la laine de roche pour le toit de sa terrasse et de la ouate de cellulose pour le toit de la partie habitable.



Pour savoir quelles quantités de matériaux acheter, il doit effectuer des calculs.

Il a noté, sur un plan de sa maison ci-dessous (vue de profil), toutes les mesures qu'il connaît :



On donne :

$$AC = 2,5 \text{ m} \quad AB = 8 \text{ m} \quad BD = 4,3 \text{ m} \quad \widehat{EFD} = 30^\circ$$

Les points D, E, B ainsi que les points A, B, G sont alignés.

1. Justifier que $DE = 1,8 \text{ m}$.
2. Montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à $3,6 \text{ m}$.

Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

On considère que :

- le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur $3,6 \text{ m}$;
 - un rouleau de laine de roche couvre 6 m^2 .
3. Déterminer le nombre de rouleaux de laine de roche qu'il doit acheter pour le toit de sa terrasse.
 4. Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à $8,2 \text{ m}$.

Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

On considère que :

- le toit de la partie habitable est un rectangle de longueur 12 m et de largeur $8,2 \text{ m}$;
 - Matthieu souhaite installer de la ouate de cellulose sur une épaisseur de 10 cm ;
 - la densité de la ouate de cellulose est de 40 kg/m^3 .
5. Déterminer la masse, en kg , de ouate de cellulose qu'il doit acheter pour le toit de la partie habitable.

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Exercice 5 : Géométrie 18 points

À quelques kilomètres au nord du village de Hienghène, se trouve une des plus belles randonnées de Nouvelle-Calédonie appelée « les roches de la Ouâïème ».

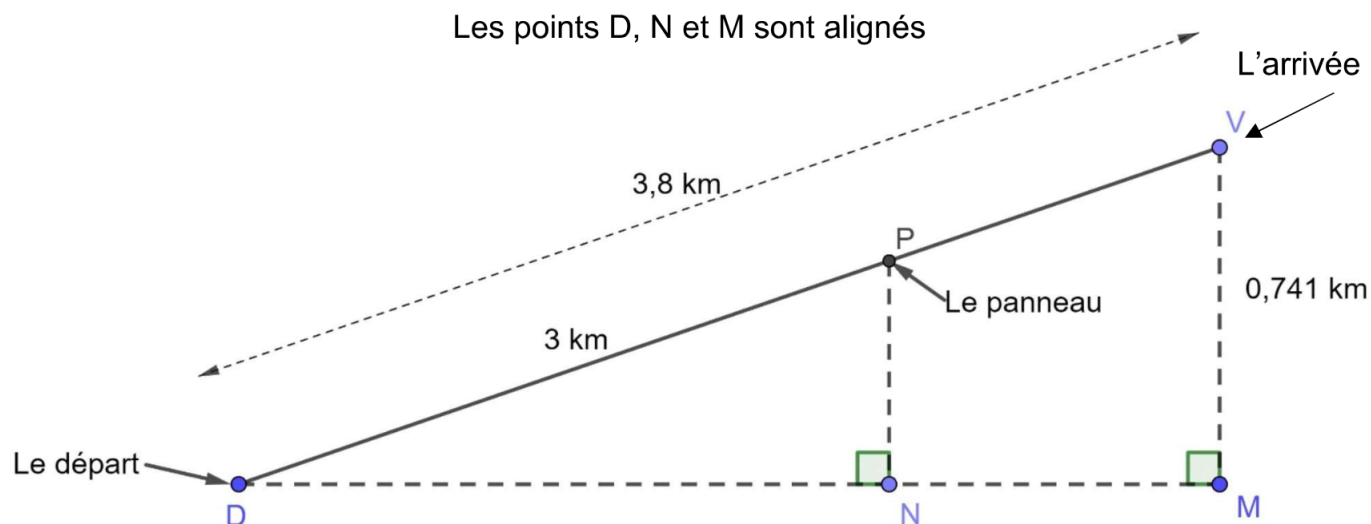


Le départ se situe au niveau de la mer près d'une plage de sable blanc.
Le sentier grimpe le long d'un versant de montagne et atteint un point de vue imprenable sur le Mont Panié et le lagon.
Voici quelques informations pratiques sur cette randonnée :

Durée estimée (Aller simple)	2 h 30 min
Distance (Aller simple)	3,8 km
Altitude	minimale : 0 m / maximale : 741 m

On considère que la pente de la montagne est rectiligne.

On a schématisé le parcours [DV] de la randonnée par la figure ci-dessous :



Fabienne s'est engagée sur ce parcours en partant du point D.

Au bout de 2 heures, elle arrive au panneau P indiquant qu'elle a déjà parcouru 3 km.

1. Justifier que les droites (PN) et (VM) sont parallèles.
2. Déterminer à quelle altitude PN se trouve Fabienne lorsqu'elle se situe au panneau P .

Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

3. À quelle vitesse moyenne, en km/h, a-t-elle parcouru le trajet $[DP]$?

Sur la fin du parcours $[PV]$, Fabienne marche à une vitesse moyenne de 1,2 km/h.

On rappelle que la durée de l'aller simple est estimée à 2 h 30 min.

4. A-t-elle dépassé cette durée ?

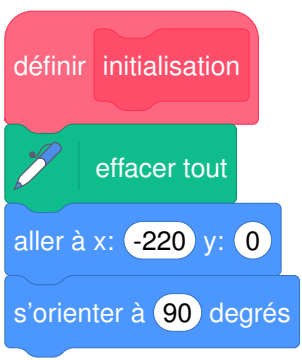
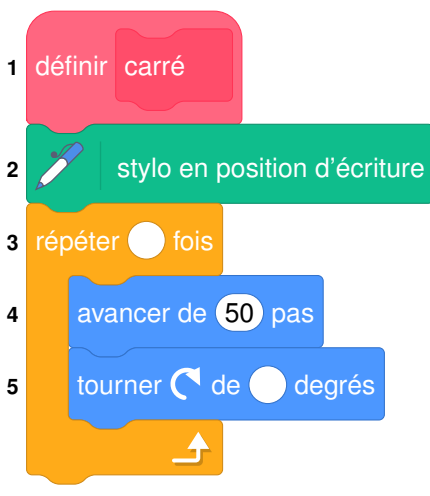
Justifier en faisant apparaître les différentes étapes.

Exercice 6 : Scratch 16 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

Une élève souhaite réaliser un programme avec un logiciel de programmation pour dessiner des frises constituées de carrés et de rectangles.

Pour cela, elle commence par créer les trois blocs ci-dessous :

 La commande « s'orienter à 90 » signifie que le lutin est tourné vers la droite.		
Bloc 1	Bloc 2	Bloc 3

1. Quelles sont les coordonnées du lutin après l'exécution du bloc 1 ?
2. Par quelles valeurs doit-on compléter les lignes 3 et 5 du bloc 2 pour obtenir un carré ?
3. Construire ce que dessine le lutin lorsque le bloc 3 est utilisé. On prendra 1 cm pour 20 pas.
4. L'élève souhaite réaliser les deux frises ci-dessous.

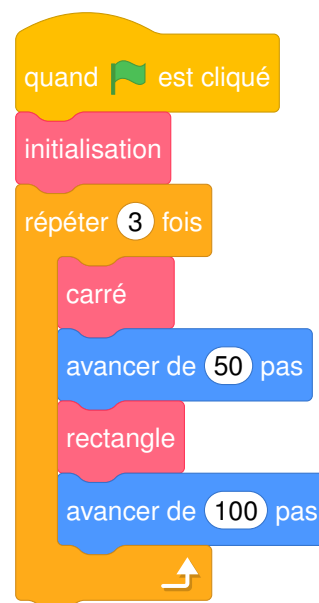
Frise 1

--	--	--	--	--	--

Frise 2

--	--	--	--	--	--

- (a) Elle rédige le script ci-contre. Indiquer le numéro de la frise qu'elle va réaliser lorsque le drapeau vert est cliqué.
- (b) Écrire un script qui permet de réaliser la frise qui n'a pas été obtenue.



Correction

Exercice 1

1. **Réponse A** : c'est la seule inférieure à 1.

2. On développe :

$$\begin{aligned}x + 5 - (x + 6)(2x - 3) &= x + 5 - (2x^2 - 3x + 12x - 18) \\&= x + 5 - (2x^2 + 9x - 18) \\&= x + 5 - 2x^2 - 9x + 18 \\&= -2x^2 - 8x + 23\end{aligned}$$

Donc **Réponse C**.

3. On sait que ABCD est un parallélogramme donc E est le milieu de la diagonale [AC] : $AE = \frac{1}{2} AC$, donc l'homothétie de centre A qui transforme B en F transforme C en E puisque F est le milieu de [AB]. **Réponse C**.

4. La réduction est de 20 € sur un prix initial de 80 €, soit $\frac{20}{80} = \frac{1 \times 20}{4 \times 20} = \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$, c'est-à-dire 25 % : **Réponse B**.

5. Il y a 9 valeurs donc la 5^e (de la suite ordonnée 3 - 5 - 8 - 10 - **11**, etc.) partage la série de notes en deux groupes de même importance. **Réponse C**.

6. Il y a 2 billes rouges pour un total de $2 + 3 + 3 = 8$ billes ; la probabilité d'obtenir une bille rouge est donc égale à $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ou 0,25. **Réponse B**.

7. Ajouter 25 % c'est multiplier par $1 + \frac{25}{100} = 1 + 0,25 = 1,25$. **Réponse A**.

8. C'est la **réponse C**.

9. $f(x)$ est de la forme $ax + b$: c'est une fonction affine. **Réponse A**.

10. $9461 \times 10^9 \text{ (km)} = 9,461 \times 10^3 \times 10^9 \text{ (km)} = 9,461 \times 10^3 \times 10^{12} \text{ (m)} = 9,461 \times 10^{15} \text{ (m)}$. **Réponse A**.

11. Par définition du cosinus :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}, \text{ d'où } AB = BC \times \cos 30^\circ. \text{ **Réponse B** .}$$

Exercice 2

1. (a) • De même que $39 = 3 \times 13$, on a $78 = 60 + 18 = 6 \times 10 + 6 \times 3 = 6 \times (10 + 3) = 6 \times 13 = 2 \times 3 \times 13$;

• $51 = 30 + 21 = 3 \times 10 + 3 \times 7 = 3 \times (10 + 7) = 3 \times 17$.

(b) On a donc $\begin{cases} 39 = 3 \times 13 \\ 78 = 3 \times 26 \\ 51 = 3 \times 17 \end{cases}$ On peut donc faire 3 paniers identiques

(c) Il suffit de relever les seconds facteurs de chaque produit pour trouver que chacun des 3 paniers sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. (a) On a : $\begin{cases} 39 = 13 \times 3 \\ 78 = 13 \times 6 \\ 51 = 13 \times 3 + 12 \end{cases}$

Chacun des 13 paniers aura 3 salades, 6 carottes et 3 aubergines. Resterons 12 aubergines

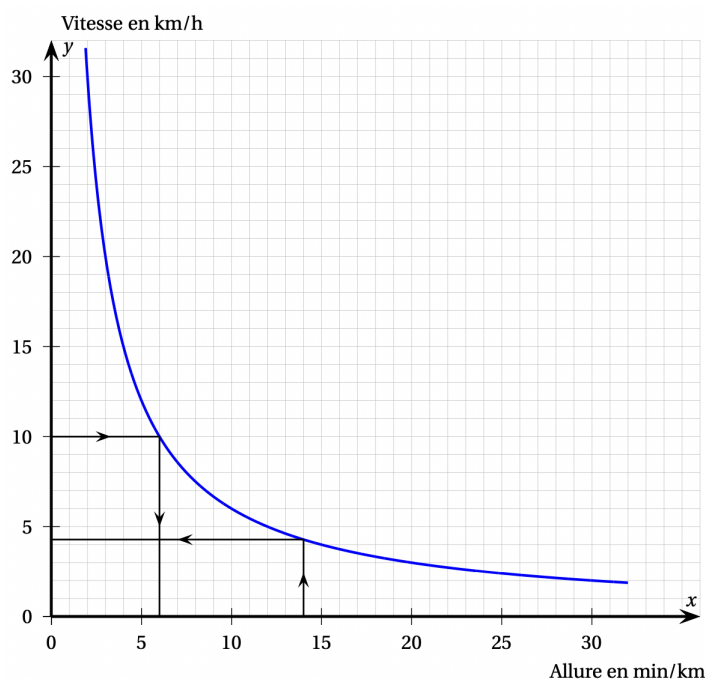
(b) Avec 1 aubergine de plus on aura $52 = 13 \times 4$: chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.

3. On écrit les multiples de 13 aux environs de 110 et 125 :

$110 < 117 = 13 \times 9 < 125 < 130 = 13 \times 10$: le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est $117 = 13 \times 9$; si l'on récolte 117 tomates on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.

Exercice 3

- La vitesse est l'inverse de l'allure ; donc sa vitesse moyenne est $\frac{1}{6}$ en km/min soit $60 \times \frac{1}{6} = 10$ (km/h).
- Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \frac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h. Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).
 - On a écrit = **60/B1**
 - Non car une fonction linéaire est de la forme $f(x) = ax$, avec a nombre constant.
 - On a $f(5) = \frac{60}{5} = 12$.
Lors de sa dernière course, la vitesse moyenne de Bob était de 12 km/h.
- On lit sur la figure que 10 a pour antécédent 6 : une allure de 6 min/km correspond à une vitesse de 10 km/h.
 - On lit sur la figure que 14 a pour image à peu près 4,3 : une allure de 14 min/km correspond à une vitesse d'environ 4,3 km/h.



Exercice 4

- On a $DE = BD - BE = BD - AC = 4,3 - 2,5 = 1,8$ (m).
- Méthode 1 : dans le triangle DEF rectangle en E, on a $\sin 30^\circ = \frac{DE}{DF}$, soit $\frac{1}{2} = \frac{1,8}{DF}$, d'où $DF = 2 \times 1,8 = 3,6$ (m).
 - Méthode 2 : si on considère le symétrique H de D autour de E, on a (FE) qui est la médiatrice du segment [DH] et comme $\widehat{EDF} = 180 - 90 - 30 = 60^\circ$ et que $FD = FH$, le triangle DFH est équilatéral, donc $DF = DH = 2 \times 1,8 = 3,6$ (m).
- L'aire du toit de la terrasse est : $12 \times 3,6 = 43,2$ (m²). Comme $\frac{43,2}{6} = 7,2$, il faudra acheter 8 rouleaux.
- Le triangle CDE est rectangle en E, donc d'après le théorème de Pythagore : $DC^2 = DE^2 + EC^2 = 1,8^2 + 8^2 = 3,24 + 64 = 67,24 = 8,2^2$, donc $DC = 8,2$ (m)
- L'aire du toit de la partie habitable est égale à : $12 \times 8,2$. Le volume du pavé obtenu en mettant sur ce toit 10 cm de ouate sera égal à : $12 \times 8,2 \times 0,1 = 1,2 \times 8,2 = 9,84$ (m³).
Chaque mètre cube ayant une masse de 40 kg, la masse de la ouate sur le toit sera égale à $9,84 \times 40 = 393,6$ (kg).

Exercice 5

1. Les droites (PN) et (VM) sont perpendiculaires à la même droite DM) : elles sont donc parallèles
2. D'après le résultat précédent on a une configuration de Thalès, les triangles DNP et DMV sont semblables ; leurs côtés ont donc des mesure proportionnelles ; en particulier :

$$\frac{DP}{DV} = \frac{NP}{MV}, \text{ soit } \frac{3}{3,8} = \frac{NP}{741}, \text{ d'où } 741 \times 3 = NP \times 3,8, \text{ puis } NP = \frac{741 \times 3}{3,8} = 585.$$

Le panneau est à l'altitude 585 m.

3. Fabienne a parcouru 3 km en 2 heures : sa vitesse moyenne a donc été égale à

$$\frac{3}{2} = 1,5 \text{ (km/h)}.$$

4. • Méthode 1

Fabienne doit encore faire 0,8 km à la vitesse de 1,2 km/h : elle va donc mettre

$$\frac{0,8}{1,2} = \frac{0,8 \times 5}{1,2 \times 5} = \frac{4}{6} = \frac{40}{60} \text{ (h)}.$$

$$\text{Or } \frac{40}{60} = 40 \times \frac{1}{60} \text{ (h) ou } 40 \times 1 \text{ min soit 40 minutes.}$$

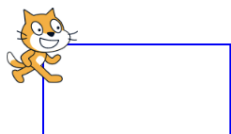
Fabienne va donc monter en 2 h 40 min soit 10 min de plus que la durée estimée.

- Méthode 2

À la vitesse de 1,2 km/h Fabienne va monter de 0,6 km en une demi-heure soit 30 minutes : donc en 2 h 30 min elle n'aura monté que de $3 + 0,6 = 3,6$ km soit moins que la distance totale de 3,8 km. Fabienne va donc dépasser les 2 h 30 min de monrée.

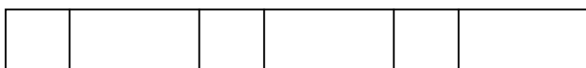
Exercice 6

1. Le lutin a pour coordonnées -220 et 0 .
2. Ligne 3 : pour tracer les 4 côtés il faut répéter 4 fois.
Ligne 5 : le carré a 4 angles droits : il faut donc tourner de 90° .

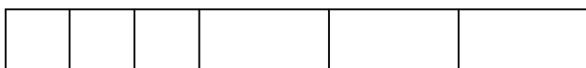


3.

Frise 1



Frise 2



4.

(a) L'exécution du script donne le dessin de la frise 1.

(b) Voir le script ci-contre :

