

Contrôle n° 6 : Équations et probabilités

• Jeudi 7 mars 2024 •

Matériel : calculatrice autorisée, mais toutes les étapes de calculs doivent être justifiées.

Consigne : rendre ces feuilles avec la copie double.

Nom :

Prénom :

Classe : 3^e A

Exercice n° 1 : Équations (4 points)

Résoudre les trois équations suivantes :

- $2x(2x - 5)(-2x - 8) = 0$

$x(2x - 5)(-2x - 8) = 0$ Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul. Donc :

$$\begin{aligned}x(2x - 5)(-2x - 8) = 0 &\iff 2x = 0 \text{ ou } 2x - 5 = 0 \text{ ou } -2x - 8 = 0 \\&\iff x = 0 \text{ ou } 2x = 5 \text{ ou } -2x = 8 \\&\iff x = 0 \text{ ou } x = \frac{5}{2} \text{ ou } x = -4\end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \left\{-4 ; 0 ; \frac{5}{2}\right\}$.

- $3(-5x - 30) + 4 = 1 - \frac{4}{3}(12x + 27)$

$3(-5x - 30) + 4 = 1 - \frac{4}{3}(12x + 27)$ On commence par développer :

$$\begin{aligned}3(-5x - 30) + 4 = 1 - \frac{4}{3}(12x + 27) &\iff -15x - 90 + 4 = 1 - 16x - 36 \\&\iff -15x - 86 = -16x - 35 \\&\iff x - 86 = -35 \\&\iff x = 51\end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \{51\}$.

- $(3x + 4)^2 - 81 = 0$

$(3x + 4)^2 - 81 = 0$ On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$\begin{aligned}(3x + 4)^2 - 81 = 0 &\iff (3x + 4 + 9)(3x + 4 - 9) = 0 \\&\iff (3x + 13)(3x - 5) = 0\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul. Donc :
Donc

$$\begin{aligned}(3x + 4)^2 - 81 = 0 &\iff 3x + 13 = 0 \text{ ou } 3x - 5 = 0 \\&\iff 3x = -13 \text{ ou } 3x = 5 \\&\iff x = -\frac{13}{3} \text{ ou } x = \frac{5}{3}\end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \left\{-\frac{13}{3} ; \frac{5}{3}\right\}$.

Exercice n° 2 : Probabilités (divers sujets de brevet) (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée. Toute bonne réponse rapporte un point. Toute mauvaise réponse retire 0,5 point.

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Dans un sac, il y a 17 jetons rouges, 23 jetons jaunes et 20 jetons bleus, tous indiscernables au toucher. On tire au hasard un jeton du sac. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rouge ou un jeton jaune ?	$\frac{2}{3}$	0,66	$\frac{17}{23}$
Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes. Les jetons sont indiscernables au toucher. On pioche un jeton au hasard dans cette urne. À quel événement correspond une probabilité de $\frac{7}{16}$?	Obtenir un jeton de couleur rouge ou jaune.	Obtenir un jeton vert.	Obtenir un jeton qui n'est pas vert.
Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes. Les jetons sont indiscernables au toucher. On pioche un jeton au hasard dans cette urne. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton bleu ?	$\frac{3}{16}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{3}{4}$

Réponses : A, B et B

Exercice n° 3 : Scratch (2 points)

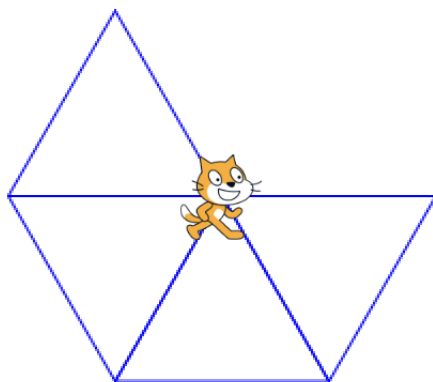
1. Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

On souhaite représenter le triangle ci-dessous avec le bloc



dont les instructions incomplètes figurent ci-contre. Au départ, le lutin est orienté vers la droite.

Compléter les zones blanches dans le programme ci-contre afin que celui-ci permette d'obtenir un triangle équilatéral de côté 100 pas. À la fin de l'exécution du programme, le lutin se retrouve à son point de départ et de nouveau orienté vers la droite.



2. Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

Le programme ci-dessous utilise le même bloc

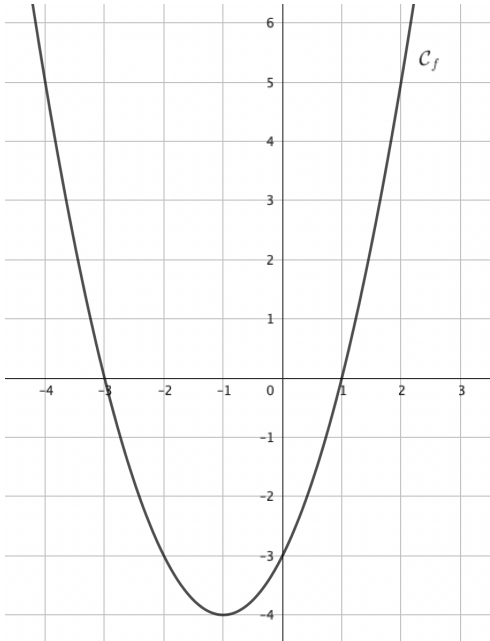


Compléter la figure de la question précédente (sur cette feuille d'énoncé) de sorte qu'elle corresponde à la figure dessinée par le programme ci-contre.



Exercice n° 4 : Équations (d’après Nouvelle-Calédonie, décembre 2023) (6 points)

1. On considère une fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous. À l’aide de ce graphique, compléter le tableau de valeurs de la fonction f , donné ci-dessous.



	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	$f(x)$	0	-3	-4	-3	0	5

2. Parmi les trois formules ci-dessous, l’une correspond à l’expression de la fonction f . Elle a été saisie dans la cellule B2 puis étendue dans la cellule C2 du tableau ci-dessus.

<code>=B1 + 3</code>	<code>=(B1 + 3)*(B1 - 1)</code>	<code>=SOMME(B1 : G1)</code>
----------------------	---------------------------------	------------------------------

Entourer (parmi les propositions précédentes) la formule correcte saisie dans la case B2.
`= (B1 + 3)*(B1-1)`

3. On considère la fonction affine g définie par $g(x) = 2x + 1$. Déterminer l’antécédent de 2 par la fonction g .
Rappel : On rappelle que x est un antécédent de y si et seulement si $g(x) = y$.
On cherche un antécédent de 2, donc on résout l’équation $g(x) = 2$.

$$\begin{aligned} g(x) = 2 &\iff 2x + 1 = 2 \\ &\iff 2x = 1 \\ &\iff x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Donc l’antécédent de 2 par la fonction f est $\frac{1}{2}$.

4. L’expression de la fonction f ci-dessus est $f(x) = (x + 3)(x - 1)$.

- (a) Développer et réduire l'expression $(x + 3)(x - 1)$.

$$\begin{aligned}(x + 3)(x - 1) &= x^2 - x + 3x - 3 \\ &= x^2 + 2x - 3\end{aligned}$$

- (b) Pour quelle(s) valeur(s) de x , a-t-on $f(x) = g(x)$?

$$\begin{aligned}f(x) = g(x) &\iff x^2 + 2x - 3 = 2x + 1 \\ &\iff x^2 - 3 = 1 \\ &\iff x^2 = 4 \\ &\iff x = 2 \text{ ou } x = -2\end{aligned}$$

Donc $f(x) = g(x)$ pour $x = 2$ ou $x = -2$.

Exercice n° 5 : Probabilités (Polynésie, septembre 2020) (5 points)

Jean possède 365 albums de bandes dessinées. Afin de trier les albums de sa collection, il les range par série et classe les séries en trois catégories : franco-belges, comics et mangas comme ci-dessous.

Séries franco-belges	Séries de comics	Séries de mangas
23 albums « Astérix »	35 albums « Batman »	85 albums « One Piece »
22 albums « Tintin »	90 albums « Spider-Man »	65 albums « Naruto »
45 albums « Lucky Luke »		

Il choisit au hasard un album parmi tous ceux de sa collection.

- Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un album « Lucky Luke » ?
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un comics ?
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi ne soit pas un manga ?
- Tous les albums de chaque série sont numérotés dans l'ordre de sortie en librairie et chacune des séries est complète du numéro 1 au dernier numéro.
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 1 ?
 - Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 40 ?

Il y a équiprobabilité.

- Il y a 45 albums « Lucky-Luke » sur 365 albums en tout ; la probabilité est donc égale à $\frac{45}{365} = \frac{5 \times 9}{5 \times 73} = \frac{9}{73}$.
 - Il y a $35 + 90 = 125$ albums comics sur 365 albums en tout ; la probabilité est donc égale à $\frac{125}{365} = \frac{5 \times 25}{5 \times 73} = \frac{25}{73}$.
 - Il y a $85 + 65 = 150$ mangas sur 365 albums en tout ; la probabilité de choisir un manga est donc égale à $\frac{150}{365} = \frac{5 \times 30}{5 \times 73} = \frac{30}{73}$.

Donc la probabilité de ne pas choisir un manga est : $1 - \frac{30}{73} = \frac{43}{73}$.

2. (a) Il y a donc 7 albums numérotés 1. La probabilité de choisir un album numéroté 1 est donc $\frac{7}{365}$.
- (b) Il y a 4 albums numérotés 40, donc la probabilité de choisir un album numéroté 40 est donc $\frac{4}{365}$.

Bonus

On choisit au hasard deux côtés (éventuellement deux fois le même) parmi les quatre côtés d'un carré. Quelle est la probabilité que ces deux côtés soient parallèles ?

On expliquera **soigneusement** son raisonnement,

Rappel : Deux côtés confondus sont parallèles.

En numérotant les côtés d'un carré, les associations possibles sont C_1 avec C_1 , C_1 avec C_2 , C_1 avec C_3 , C_1 avec C_4 , C_2 avec C_2 , C_2 avec C_3 , C_2 avec C_4 , C_3 avec C_3 , C_3 avec C_4 et C_4 avec C_4 .

Les côtés parallèles sont ceux qui ont la même parité, donc C_1 avec C_1 , C_1 avec C_3 , C_2 avec C_2 , C_2 avec C_4 , C_3 avec C_3 , C_4 avec C_4 .

Il y a 10 associations au total et 6 satisfont les conditions demandées.

Puisqu'il y a équiprobabilité, on obtient que la probabilité recherchée est $\frac{6}{10}$, c'est-à-dire $\frac{3}{5}$.