

Devoir en temps libre n° 1 : Chapitres 1 à 4

• • Pour le lundi 6 novembre 2023 • •

Matériel : calculatrice autorisée, mais toutes les étapes de calculs doivent être justifiées.

Consigne : Rendre cette feuille avec la copie double.

Nom :

Prénom :

Classe :

Exercice n° 1 : calculs

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle vraie ou fausse en justifiant soigneusement.

1. Joseph doit effectuer le calcul suivant :

$$2 + \frac{2}{3} - \frac{4}{5} - \frac{3}{2}$$

Affirmation 1 : Le résultat qu'il obtient est un nombre entier positif.

2. Dans la recette de sauce de salade de Thomas, les volumes de moutarde, de vinaigre et d'huile sont dans le ratio de 1 : 3 : 7.

Affirmation 2 : Pour obtenir 330 mL de sauce de salade, il faut utiliser 210 mL d'huile

3. Pour son anniversaire, Chloé invite deux de ses amis, Hakim et Manon

Quand arrive l'heure du gâteau, les trois enfants indiquent :

- Hakim : « Je souhaite en manger les $\frac{3}{7}$ » ;
- Manon : « Cela me fait plaisir d'en manger les $\frac{2}{5}$ » ;
- Chloé : « $\frac{1}{7}$ du gâteau me convient parfaitement ».

Affirmation 3 : Les trois amis ont mangé la totalité du gâteau.

4. Lors d'une course à pied, un coureur a parcouru 36 km en 3 h 20.

Affirmation 4 : Sa vitesse moyenne est de 11,25 km/h.

5. **Affirmation 5** : La vitesse d'un avion qui vole à 1200 km/h est supérieure à la vitesse du son qui est 340,29 m/s.

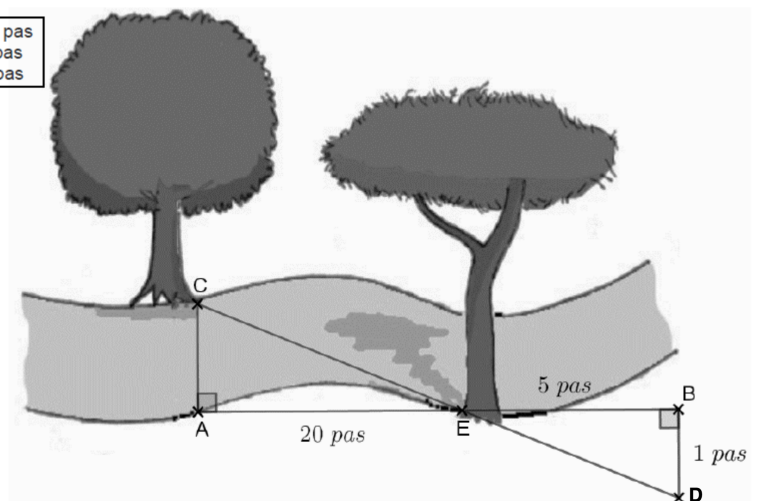
Exercice n° 2 : théorème de Pythagore et de Thalès

Une famille se promène au bord d'une rivière. Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière.

Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés. (Le schéma n'est pas à l'échelle.)

1. Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
2. Déterminer, en nombre de pas, la largeur AC de la rivière.
3. Déterminer la distance EC en nombre de pas.

AE = 20 pas
BE = 5 pas
BD = 1 pas



Pour les questions qui suivent, on assimile la longueur d'un pas à 65 cm.

4. Montrer que la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.

5. (a) L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E. Avec le courant, le bâton se déplace en ligne droite en 5 secondes jusqu'au point C.

Calculer la vitesse du bâton en m/s.

(b) Est-il vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h »

Exercice n° 3 : vitesse, distance, temps

Lancé le 26 novembre 2011, le Rover Curiosity de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète rouge. Il a atterri sur la planète rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

1. Quelle a été la durée, en heures, du vol ?

2. Calculer la vitesse moyenne du Rover en km/h. Arrondir à la centaine près.

3. Via le satellite Mars Odyssey, des images prises et envoyées par le Rover ont été retransmises au centre de la NASA.

Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 août 2012.

La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière).

À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA ? (On donnera l'arrondi à la minute près).

Exercice n° 4 : proportionnalité et ratio

Pour le mariage de Dominique et Camille, le pâtissier propose deux pièces montées constituées de gâteaux de tailles et de formes différentes.

La tour de Pise :

La première pièce montée est constituée d'un empilement de 4 gâteaux de forme cylindrique, de même hauteur et dont le diamètre diminue de 8 cm à chaque étage. Le gâteau du bas a pour diamètre 30 cm et pour hauteur 6 cm.



La tour Carrée :

La deuxième pièce montée est constituée d'un empilement de 3 pavés droits à base carrée de même hauteur. La longueur du côté de la base diminue de 8 cm à chaque étage.

La hauteur des gâteaux est 8 cm ; le côté de la base du gâteau du bas mesure 24 cm.



Tous les gâteaux ont été confectionnés à partir de la recette ci-dessous qui donne la quantité des ingrédients correspondant à 100 g de chocolat, dont la liste des ingrédients est

- 65 g de sucre
- 2 oeufs
- 75 g de beurre
- 30 g de farine

1. Quel est le ratio (masse de beurre : masse de chocolat) ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

2. Calculer la quantité de farine nécessaire pour 250 g de chocolat noir suivant la recette ci-dessus.

3. Calculer la longueur du côté de la base du plus petit gâteau de la tour Carrée.

4. Quelle est la tour qui a le plus grand volume ? Justifier votre réponse en détaillant les calculs.

On rappelle que le volume V d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \pi \times r^2 \times h.$$

Correction du devoir en temps libre n° 1

Exercice n° 1 : Quelques questions du brevet 2022

1. $-\frac{2 + \frac{2}{3}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{2}} = -20$, donc le résultat est un entier négatif, et l'affirmation 1 est fausse.
2. Il y a en tout $1 + 3 + 7 = 11$ portions pour un volume total de 330 mL. Le volume de la portion est donc : $\frac{330}{11} = 30$ mL.

Le volume d'huile utilisé pour 330 mL de sauce salade est donc égal à $7 \times 30 = 210$ mL. L'affirmation 2 est donc vraie.

3. $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} + \frac{1}{7} = \frac{4}{7} + \frac{2}{5} = \frac{20}{35} + \frac{14}{35} = \frac{34}{35}$ Ils auront donc mangé les $\frac{34}{35}$ du gâteau, donc pas le gâteau entier (il en reste $\frac{1}{35}$). Ainsi l'affirmation 3 est fausse.
4. $3 \text{ h } 20 \text{ min} = \frac{10}{3}$ d'heures et $\frac{36}{\frac{10}{3}} = \frac{108}{10} = 10,8 \text{ km / h}$. Donc l'affirmation 4 est fausse.
5. Par définition, en une heure, l'avion parcourt 1200 km. En une heure, le son parcourt $340,29 \times 60^2 = 1\,225\,044$ m, soit 1 225,044 km. L'affirmation est donc fausse.

Exercice n° 2 : Brevet Métropole - 30 juin 2022

1. Les droites (AC) et (BD) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (AB) . Elles sont donc parallèles.
2. Les points A , E et B d'une part et C , E et D d'autre part sont alignés dans le même ordre. Les droites (AC) et (BD) sont parallèles, on applique donc le théorème de Thalès.

$$\frac{EC}{ED} = \frac{EA}{EB} = \frac{AC}{BD}$$

On remplace par les longueurs connues : $\frac{EC}{ED} = \frac{20}{5} = \frac{AC}{1}$ d'où $\frac{20}{5} = \frac{AC}{1}$ et $AC = 4$ (pas).

3. D'après le théorème de Pythagore, $EC^2 = AC^2 + AE^2$, c'est-à-dire $4^2 + 20^4 = EC^2$, ou encore $EC^2 = 416$. Or, EC est une longueur, donc EC est positif. Ainsi $EC = \sqrt{416}$ pas, c'est-à-dire $EC \approx 20,39$ pas.
4. Calcul de CE arrondie au décimètre près.
Puisqu'on assimile la longueur d'un pas à une moyenne de 65 cm,
 $AC = 4$ pas soit $4 \times 0,65 \text{ m} = 2,6 \text{ m}$
 $AE = 20$ pas soit $20 \times 0,65 \text{ m} = 13 \text{ m}$.
Le triangle ACE est rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore.
 $CE^2 = AC^2 + AE^2$
 $CE^2 = 2,6^2 + 13^2 = 175,76$
d'où $CE = \sqrt{175,76} \approx 13,257 \text{ m} \approx 13,3 \text{ m}$.
5. (a) Le bâton parcourt environ 13,3 m en 5 secondes, sa vitesse est donc à peu près de :
 $V = \frac{CE}{5} = \frac{13,3}{5} = 2,66 \text{ m/s}$.
La vitesse du bâton est égale à 2,66 m/s.
(b) Il y a 3600 s dans une heure donc $2,66 \text{ m/s} = 2,66 \times 3600 \text{ m/h} = 9576 \text{ m/h}$.
 $9576 \text{ m/h} = 9576 \div 1000 \text{ km/h} = 9,576 \text{ km/h}$. Donc il est vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h ».

Exercice n° 3 : Brevet Pondichéry 2013

4 Lancé le 26 novembre 2011, le rover Curiosity de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète Rouge.

Il a atterri sur la planète Rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

a. Quelle a été la durée en heures du vol ?

$$255 \text{ jours} = 255 \times 24 \text{ h} = 6120 \text{ h}$$

b. Calcule la vitesse moyenne du rover en km/h. Arrondis à la centaine près.

$$V = d / t = 560\,000\,000 \text{ km} / 6120 \text{ h} \approx 91\,500 \text{ km/h}$$

c. Via le satellite *Mars Odyssey*, des images prises et envoyées par le rover ont été retransmises au centre de la NASA. Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 août 2012.

La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km, à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière).

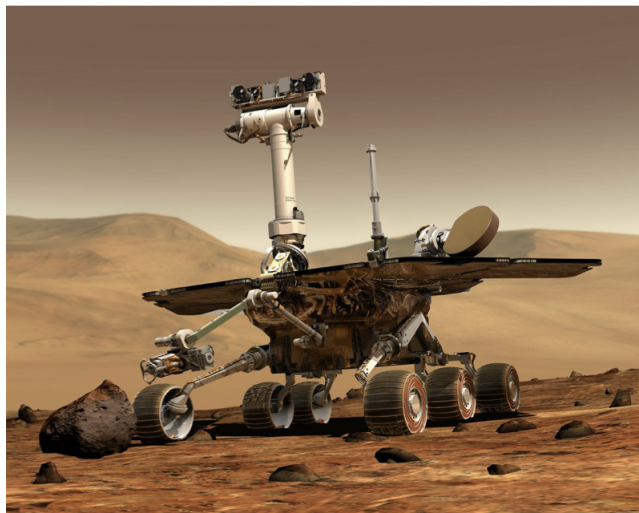
À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA ? (On donnera l'arrondi à la minute près.)

$$t = d / v = 248 \times 10^6 \text{ km} : 300\,000 \text{ km/s} \approx 827 \text{ s}$$

$$t \approx 14 \text{ min}$$

$$7 \text{ h } 48 \text{ min} + 14 \text{ min} = 8 \text{ h } 02$$

Ces premières images sont arrivées à 8h02 environ à la NASA.



Exercice n° 4 : Brevet Métropole 2019

1. Le ratio est égal à $\frac{75}{100} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{3}{4}$.

2. On a $250 = 2,5 \times 100$: il faut donc multiplier les quantités par 2,5. En particulier il faudra $30 \times 2,5 = 3 \times 25 = 75$ g de farine.

3. Le plus petit gâteau carré a une base carrée de côté : $24 - 8 - 8 = 8$ cm.

4. — Volume de tour de Pise :

$$\begin{aligned} \pi \times 15^2 \times 6 + \pi \times 11^2 \times 6 + \pi \times 7^2 \times 6 + \pi \times 3^2 \times 6 &= 6\pi(15^2 + 11^2 + 7^2 + 3^2) \\ &= 6\pi(225 + 121 + 49 + 9) \\ &= 6\pi \times 404 = 2424\pi \\ &\approx 7615 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

— Volume de tour Carrée :

$$\begin{aligned} 24^2 \times 8 + 16^2 \times 8 + 8^2 \times 8 &= 8 \times (24^2 + 16^2 + 8^2) \\ &= 8 \times 896 \\ &= 7168 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

C'est la tour de Pise qui a le plus grand volume.