

Séquence 16 – Calculs avec les radicaux

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre. $ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 18$ et $AD = 6$. On appelle I le milieu du segment $[AB]$, J celui du segment $[AD]$ et $\mathcal{P}$ la valeur du périmètre du quadrilatère $DCIJ$.

- Calculer $\mathcal{P}$
- Voici quatre réponses d'élèves :

- (a) $21 + \sqrt{90} + \sqrt{117}$
- (b) $21 + \sqrt{207}$
- (c) 41,3
- (d) $21 + 3(\sqrt{10} + \sqrt{13})$

Lesquelles sont correctes ?

Exercice 2

Donner l'écriture la plus simple des nombres suivants :

- $A = \sqrt{7^2} - \sqrt{3^2}$
- $B = \sqrt{7^2 - 3^2}$
- $C = (-4 + 2\sqrt{3})\sqrt{3}$
- $D = 2\sqrt{50} + 4\sqrt{72} + 4\sqrt{2}$
- $E = \sqrt{\frac{27}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{3}}$
- $F = \frac{2\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{14}}{2}$
- $G = \sqrt{\frac{39}{7}} \div \sqrt{\frac{13}{7}}$
- $H = \sqrt{2}\sqrt{3} - \sqrt{54} + 28\sqrt{\frac{24}{49}}$

Exercice 3

A , B et C sont trois points tels que $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 3\sqrt{5}$ et $AC = \sqrt{65}$. Que peut-on dire du triangle ABC ?

Exercice 4

Soit $\alpha = 61\,917\,364\,224$.
Le nombre $\sqrt{\alpha}$ est-il un nombre décimal ?

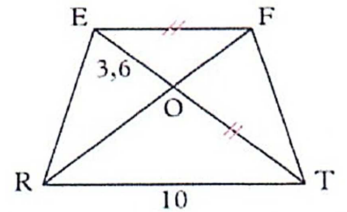
Exercice 5

Sans calculatrice, calculer

$$\sqrt{43 + \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}}}}$$

Exercice 6

La figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, représente un trapèze $EFTR$ de bases $[EF]$ et $[TR]$



On sait que $EO = 3,6$ cm, $RT = 10$ cm et que $EF = OT$. On note x la longueur commune des segments $[EF]$ et $[OT]$. Calculer x .

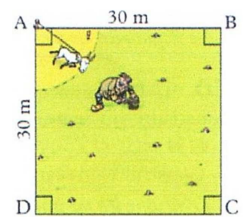
Exercice 7

Résoudre les équations suivantes :

- $x\sqrt{18} = x\sqrt{50} + 7\sqrt{2}$
- $2x - 3\sqrt{2} = x\sqrt{2} + \sqrt{2} - 8$
- $x^2 = 5 - \sqrt{51}$
- $(x + 1)^2 = 3$
- $(3 - x)^2 = \pi$
- $2(x - 3)^2 + 1 = 0$

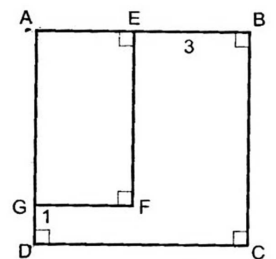
Exercice 8

Quelle longueur faut-il donner à la corde afin que la chèvre ne puisse brouter que la moitié de la superficie de son enclos ?



Exercice 9

L'unité de longueur est le centimètre. Le quadrilatère $ABCD$ ci-contre est un carré de côté x . Le point E appartient au segment $[AB]$ et le point G appartient au segment $[AD]$ et le point F est tel que $AGFE$ est un rectangle.



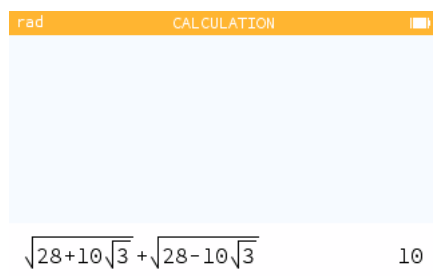
On sait que $BE = 3$ et que $DG = 1$.

- Calculer les longueurs AE et AG en fonction de x . Montrer que l'aire du rectangle $AGFE$ est $S = x^2 - 4x + 3$
- Calculer S lorsque $x = 3$ puis lorsque $x = 2 + \sqrt{2}$
- Pour quelle valeur de x l'aire S vaut-elle 3 ?
- Développer $(x - 8)(x + 4)$. En déduire la valeur de S telle que $S = 35$.

Exercice 10

Soit le nombre $A = \sqrt{28 + 10\sqrt{3}} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$.

- Voici l'affichage de la calculatrice.



Que pensez-vous de ce résultat ?

- En remarquant que

$$28 + 10\sqrt{3} = 25 + 3 + 10\sqrt{3}$$

, écrire $28 + 10\sqrt{3}$ sous la forme $(a + b)^2$, où a et b sont deux nombres à préciser. En déduire une expression simplifiée de $\sqrt{28 + 10\sqrt{3}}$.

- Procéder de même pour $28 - 10\sqrt{3}$.
- En déduire la valeur de A .

Exercice 11

L'unité de longueur est le centimètre. Soient A , O , F et C quatre points alignés dans cet ordre tels que : $AO = OF = 3$ et $AC = 15$

La droite (BO) est perpendiculaire à la droite (AC) et $BO = 6$.

- Faire une figure.
- Démontrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
- Le cercle (C) de diamètre $[FC]$ recoupe la droite (BC) en H . Montrer que les droites (AB) et (FH) sont parallèles.
- Calculer CF et CH .
- Montrer que le triangle BAF est isocèle.
- La parallèle à la droite (BF) passant par A coupe la droite (HF) en G .
Démontrer que le quadrilatère $ABFG$ est un losange. Quel est son périmètre ?
- Démontrer que le triangle OBC et le losange $ABFG$ ont même aire.

