

Séquence IX – Fonctions linéaires

Exercice 1

- La fonction $h : x \mapsto (x - 1)^2 - (x + 1)^2$ est-elle linéaire ?
- La fonction i qui, à tout nombre x , associe lui-même, est-elle linéaire ?
- La fonction o qui, à tout nombre x , associe l'opposé de x , est-elle linéaire ?

Exercice 2

Rappelons le principe du fonctionnement de la T.V.A. (Taxe sur la Valeur Ajoutée). Lorsqu'un commerçant vend un article à un consommateur, il lui vend au prix T.T.C. (Toutes Taxes Comprises). Le prix T.T.C. est calculé par le commerçant en ajoutant au prix H.T. (Hors Taxe) le montant de la T.V.A. La T.V.A. est un impôt que le commerçant prélève sur le consommateur pour le compte de l'État. Donc la somme qui revient réellement au commerçant est le prix H.T. Il faut retenir ceci :

$$\text{Prix T.T.C.} = \text{Prix H.T.} + \text{T.V.A.}$$

Comment est calculée la T.V.A. ? C'est une somme proportionnelle au prix H.T. : en France, le taux normal de T.V.A. est de 20 %, c'est-à-dire que la T.V.A. vaut 20 % du prix H.T. Donc avec le taux normal de T.V.A. :

$$\text{Prix T.T.C} = \text{Prix H.T.} + 20 \% \text{ du prix H.T.}$$

1. Un acheteur qui quitte l'Union Européenne a le droit d'acheter un article au prix H.T. Il voudrait calculer rapidement le prix H.T. d'articles dont il ne voit que le prix T.T.C. On note x le prix T.T.C. d'un article et y son prix H.T. Démontrer que $y = \frac{5}{6}x$
2. On considère la fonction h qui, au prix T.T.C. x d'un article associe son prix H.T. Quelle est la nature de la fonction h ?
3. Quel montant va réellement payer l'acheteur pour un ordinateur dont le prix T.T.C. affiché est 720 € ?
4. L'acheteur dispose de 800 €. Quel est le prix T.T.C. maximal d'un article qu'il pourra acquérir ?

Exercice 3

On considère la fonction f définie pour tout nombre x par : $f(x) = x^3 - 10x^2 + 33x - 30$

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	2	3	5
$f(x)$			

Que peut-on dire de ce tableau ?

2. La fonction f est-elle une fonction linéaire ?

Exercice 4

Tracer, sur un même graphique d'unité 1 cm, les représentations graphiques des fonctions linéaires suivantes :

- $f : x \mapsto 2x$
- g telle que $g(x) = -\frac{1}{2}x$
- h la fonction constante égale à 0
- j la fonction telle que l'image de x est $\frac{4}{7}x$

Exercice 5

1. Le point B de coordonnées $(-45 ; -31)$ est-il un point de la droite représentative de la fonction f définie, pour tout nombre x , par $f(x) = \frac{2}{3}x$?
2. Le point C de coordonnées $(-3\sqrt{2} ; -6)$ est-il un point de la droite d'équation $y = x\sqrt{2}$?

Exercice 6

Placer sur un graphique ci-dessous les points $A(-3 ; 1)$, $B(5 ; 2)$, $C(-\sqrt{2} ; -4)$ et $D(\pi ; -2)$.

Déterminer les fonctions linéaires f , g , h et k dont les représentations graphiques sont les droites (OA) , (OB) , (OC) et (OD) respectivement.

Séquence IX – Fonctions affines – Parcours blanc



Exercice 7

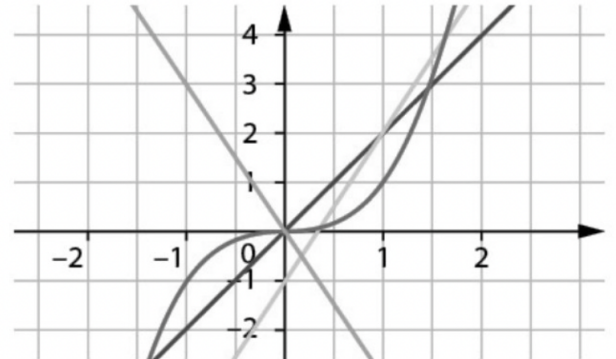
Parmi les fonctions suivantes, entourer en bleu les fonctions affines et en rouge les fonctions linéaires (certaines fonctions peuvent être entourées de deux couleurs) :

- $f(x) = -4 - 3x$
- $g(x) = -5x^2$
- $h(x) = 5$
- $i(x) = 3^2x + 4$
- $j(x) = \frac{6}{5}x$
- $k(x) = 5x^2 + 7x + 12$
- $\ell(x) = \frac{3}{x}$
- $m(x) = -4x$



Exercice 9

Parmi les courbes ci-dessous, repasser en bleu les fonctions affines et en rouge les fonctions linéaires (on ne repassera pas en bleu les fonctions linéaires même si ce sont aussi des fonctions affines).



Exercice 8

Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chacune des fonctions suivantes :

- $f(x) = 3x + 12$
- $g(x) = 9 + \frac{8}{7}x$
- $h(x) = 5x - 3$
- $i(x) = 7x$

Séquence IX – Fonctions affines – Parcours jaune

Exercice 10

Pour chacune des fonctions affines suivantes : déterminer l'image de 3 et l'antécédent de 16.

- $f(x) = 4x + 16$
- $g(x) = -3x + 2$
- $h(x) = \frac{3}{4}x + 16$
- $i(x) = 5x - 12$

Exercice 11

Modéliser les situations suivantes par des fonctions. Lesquels sont affines ? Lesquelles sont linéaires ?

1. À une station service, on s'intéresse au prix à payer (en euros) en fonction de la quantité (en litres) d'essence achetée.
2. Une plante mesure 3 cm et pousse de 1,5 cm par semaine. On s'intéresse à sa taille en fonction du nombre de semaines écoulées.
3. On s'intéresse à l'aire d'un disque en fonction de son rayon.
4. Un arrosage automatique a un débit constant de 20 litres par minute. On s'intéresse au volume en fonction du temps écoulé.

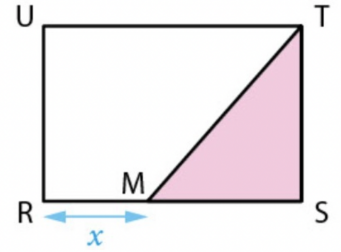
Exercice 12

Ève vend des tomates cerises à 4 euros 15 centimes le kilogramme.

1. Quelle est la fonction f qui à la masse de tomates cerises en kilogrammes associe son prix ?
2. Alice a acheté des tomates cerises à Ève et a payé 1 euro 66 centimes. Quelle masse de tomates cerises a-t-il acheté ?
3. Damien souhaite acheter 3,5 kg de tomates cerises. Combien va-t-il payer ?

Exercice 13

$RSTU$ est un rectangle tel que $RS = 6$ cm et $RU = 4$ cm. On place un point M sur le côté $[RS]$ et on note x la longueur $[RM]$.



1. Quelles valeurs peut prendre x ?
2. Calculer l'aire du triangle MTS pour $x = 2$ puis pour $x = 5,5$.
3. On note $\mathcal{A}(x)$ l'aire du triangle MTS en fonction de x . Représenter graphiquement la fonction $\mathcal{A}$.

Exercice 14

Monsieur Dhénin souhaite déménager. Il contacte deux sociétés. La première lui propose un tarif de 30 euros par mètre cube et la seconde un tarif fixe de 800 euros auquel il faut ajouter 10 euros par mètre cube.

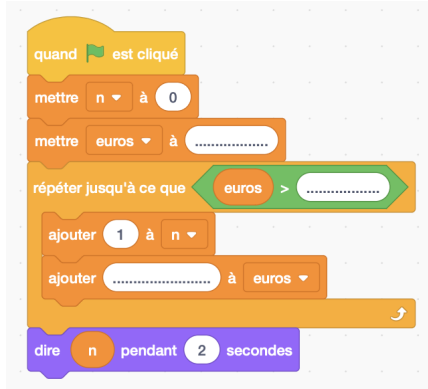
1. Monsieur Dhénin estime à 35 m³ le volume qu'il doit déménager. Quelle société lui propose le meilleur prix ?
2. Finalement, Monsieur Dhénin s'est trompé sur son estimation et la société lui facture un volume de 45 m³. A-t-il vraiment fait le bon choix ?
3. Tracer les représentations graphiques des fonctions en prenant pour l'axe des abscisses 1 cm pour 10 m³ et pour l'axe des ordonnées 1 cm pour 100 euros. À partir de quel volume est-il plus avantageux de choisir la société 2 ?

Séquence IX – Fonctions affines – Parcours vert

Exercice 15

Jade a 38 euros d'économies.

Chaque semaine ses parents lui donnent 8 euros d'argent de poche. Elle en dépense la moitié et économise l'autre moitié.



Jade voudrait savoir au bout de combien de temps le montant de ses économies dépassera 150 euros. Pour cela, elle a commencé le script ci-dessus.

1. Compléter les pointillés pour que le script donne la bonne réponse. Expliquer le rôle joué par chacune des deux variables.
2. Exprimer la fonction f qui, au nombre de semaines passées, associe le montant d'argent économisé.
3. Au bout de combien de semaines aura-t-elle économisé 150 euros ?

Exercice 17

Une société de transport en commun propose trois tarifs différents :

- Tarif 1 : ticket ordinaire coûtant 1,20 euros par trajet.
- Tarif 2 : abonnement mensuel de 8 euros et achat d'un ticket au tarif réduit de 0,60 euro par trajet.
- Tarif 3 : abonnement mensuel de 30 euros permettant un nombre illimité de voyages, sans acheter de tickets.

On présente les différents coût dans ce tableau :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de trajets Dans le mois	0	5	10	15	20	25	30
2	Coût avec le tarif 1	0	6	12	18	24	30	36
3	Coût avec le tarif 2	8	11	14	17	20	23	26
4	Coût avec le tarif 3	30	30	30	30	30	30	30

1. Quelles formules faut-il écrire dans les cases B2, B3 et B4.
2. Pour quel nombre de trajets les tarifs 1 et 3 sont égaux ? Le démontrer par le calcul.

Exercice 16

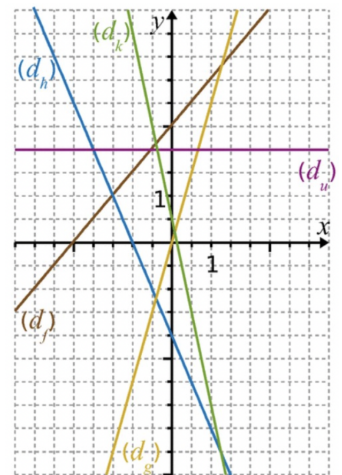
Un laborantin a mis des bactéries en culture. Au départ, il y a 3000 bactéries. Il leur injecte alors un produit toxique et, au bout de 4 heures, il n'y en a plus que 750. On admet que le nombre de bactéries en présence de ce produit, en fonction du temps en heures, est donné par une fonction affine.

1. Tracer la représentation graphique de cette fonction en prenant 1 cm pour 0,5 h en abscisses et 1 cm pour 250 bactéries en ordonnées.
2. Déterminer une expression de cette fonction.
3. Trouver (par le calcul) au bout de combien de temps il n'y aura plus de bactéries.

Exercice 18

Déterminer l'expression de chacune des 5 fonctions :

- $f(x) = \dots\dots\dots$
- $g(x) = \dots\dots\dots$
- $h(x) = \dots\dots\dots$
- $k(x) = \dots\dots\dots$
- $u(x) = \dots\dots\dots$



Séquence IX – Fonctions affines – Parcours bleu

Exercice 19

Un disquaire en ligne propose de télécharger légalement de la musique.

- Offre A : 1,20 euros par morceau téléchargé avec un accès gratuit au site.
 - Offre B : 0,50 euros par morceau téléchargé moyennant un abonnement annuel de 35 euros.
1. Calculer, pour chaque offre, le prix pour 30 morceaux téléchargés par an.
 - (a) Exprimer, en fonction du nombre x de morceaux téléchargés, le prix (en euros) avec l'offre A .
 - (b) Exprimer, en fonction du nombre x de morceaux téléchargés, le prix (en euros) avec l'offre B .
 2. Soient f et g les deux fonctions définies par :

$$f : x \mapsto 1,2x \text{ et } g : x \mapsto 0,5x + 25$$

L'affirmation suivante est-elle correcte ? Justifier. « f et g sont toutes les deux des fonctions linéaires ».

3. Déterminer l'offre la plus avantageuse si on achète 60 morceaux à l'année.
4. Si on dépense 80 euros, combien de morceaux peut-on télécharger avec l'offre B ?
5. Déterminer le nombre de morceaux pour lequel les prix sont identiques.

Exercice 20

Trois entreprises de location de matériel industriel louent des compresseurs aux tarifs suivants :

- Tarif A : 45 euros par jour.
 - Tarif B : 30 euros par jour avec versement d'une caution non remboursable de 150 euros le premier jour de location.
 - Tarif C : 750 € quelle que soit la durée de la location n'excédant pas 30 jours.
1. Compléter le tableau suivant puis entourer le tarif le plus avantageux pour une durée de 8 jours, de 15 jours, de 30 jours.

Nombre de jours de location	8	15	30
Montant de la location avec le tarif A			
Montant de la location avec le tarif B			
Montant de la location avec le tarif C			

2. Soit x le nombre de jours de location. Montrer que f , g et h ; dépenses respectives avec les tarifs A , B et C , sont des fonctions affines que l'on précisera.
3. Représenter ces trois fonctions affines dans un même repère orthonormé. On prendra 1 cm pour 2 jours en abscisses et 1 cm pour 75 euros en ordonnées.
4. Donner par simple lecture graphique la durée pour laquelle les tarifs A et B sont les mêmes. Retrouver ce résultat par un calcul.
5. Lire sur le graphique à partir de quelle durée le tarif C est le plus intéressant.

Séquence IX – Fonctions affines – Parcours noir

Exercice 21

En Nouvelle-Calédonie, le nombre d'accidents de la route ne cesse d'augmenter. Les principales causes de ces accidents sont l'alcool et la vitesse.

Première partie : Dans cette partie, on considère qu'une canette contient 330 mL de bière et que le degré d'alcool est de 5°, c'est-à-dire 0,05. La formule suivante permet de calculer le taux d'alcool dans le sang (en g/L) pour un homme :

$$\text{Taux} = \frac{\text{quantité de liquide bu} \times 0,05 \times 0,8}{\text{masse} \times 0,7}$$

La quantité de liquide bu est exprimée en mL.
La masse est exprimée en kg.

1. Montrer que le taux d'alcool dans le sang, d'un homme de 60 kg qui boit deux canettes de bière est d'environ 0,63 g/L.
2. La loi française interdit à toute personne de conduire si son taux d'alcool est supérieur ou égal à 0,5 g/L. D'après le résultat précédent, cette personne a-t-elle le droit de conduire ? Justifier la réponse.

Deuxième partie : pour la suite, on considérera un homme de 70 kg.

3. Si x désigne la quantité, en dL, de bière bue, le taux d'alcool dans le sang est donné par :

$$T(x) = \frac{4}{49}x$$

Recopier et compléter le tableau (arrondir au centième)

Quantité d'alcool (en dL)	0	1	5	7
Taux d'alcool (en g/L)				

4. En utilisant les données du tableau, représenter graphiquement le taux d'alcool en fonction de la quantité de bière bue, dans un repère pour lequel on prendra : 2 cm pour 1 dL sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 0,1 g/L sur l'axe des ordonnées.
5. Déterminer graphiquement le taux d'alcool correspondant à une quantité de bière de 3 dL.
6. Déterminer graphiquement la quantité de bière à partir de laquelle il n'est plus autorisé de conduire.

D'après DNB, Nouvelle-Calédonie, 2011

Exercice 22

Dans un jeu vidéo, on a le choix entre trois personnages : un guerrier, un mage et un chasseur. La force d'un personnage se mesure en points. Tous les personnages commencent au niveau 0 et le jeu s'arrête au niveau 25. Cependant ils n'évoluent pas de la même façon :

- Le guerrier commence avec 50 points et ne gagne pas d'autre point au cours du jeu.
- Le mage n'a aucun point au début mais gagne 3 points par niveau.
- Le chasseur commence à 40 points et gagne 1 point par niveau.

1. Au début du jeu, quel est le personnage le plus fort ? Et quel est le moins fort ?
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Niveau	0	1	5	10	15	25
Points de guerrier	50	50				
Points de mage	0	3				
Points de chasseur	40	41				

3. À quel niveau le chasseur aura-t-il autant de points que le guerrier ?
4. Dans cette question, x désigne le niveau de jeu d'un personnage. Associer chacune des expressions suivantes à l'un des trois personnages : chasseur, mage ou guerrier :
 - $f(x) = 3x$
 - $g(x) = 50$
 - $h(x) = x + 40$
5. Tracer les trois droites représentant les fonctions f , g et h .
6. Déterminer à l'aide du graphique, le niveau à partir duquel le mage devient le plus fort.

D'après DNB, Nouvelle-Calédonie, 2013

