

Inéquations du premier degré

1. Comparaison de deux nombres

Dans toute cette partie, a et b sont des réels.

■ PROPRIÉTÉ : (admise)

Dans l'ensemble $\mathbb{R}$, il est toujours possible de comparer deux nombres a et b . On peut ainsi les classer dans l'ordre croissant.

Notation : Trois cas sont envisageables :

- soit a est plus grand que b . On note $a > b$ et on lit « a est strictement supérieur à b »
- soit a est plus petit que b . On note $a < b$ et on lit « a est strictement inférieur à b »
- soit a et b sont égaux. On note $a = b$ et on lit « a est égal à b »

On peut aussi regrouper :

- si $a > b$ ou $a = b$, on peut noter $a \geq b$ et on lit « a est supérieur ou égal à b ».
- si $a < b$ ou $a = b$, on peut noter $a \leq b$ et on lit « a est inférieur ou égal à b ».

Exemple

$$\frac{4}{9} = \dots\dots\dots \text{ et } \frac{3}{7} = \dots\dots\dots \text{ donc } \frac{3}{7} \dots\dots \frac{4}{9}.$$

■ DÉFINITION : Inégalités

$a > b$, $a < b$, $a \geq b$ et $a \leq b$ s'appellent des inégalités. On parle d'inégalités strictes pour $<$ et $>$ et d'inégalités larges pour $\leq$ et $\geq$.

Remarque :

- Les propriétés classiques pour $>$ sont identiques pour $<$ puisque $a < b$ est synonyme de $b > a$: il suffit de permuter a et b .
- De même, celles pour $<$ (et pour $>$) sont le plus souvent aussi applicables à $\leq$ (et à $\geq$).

■ PROPRIÉTÉ :

« Comparer deux nombres, c'est trouver le signe de leur différence »

Ainsi $a < b$
De même, $a > b$

Exemple

$$\sqrt{2} \approx \dots\dots\dots \text{ et } \sqrt{3} \approx \dots\dots\dots \text{ donc } \sqrt{2} \dots\dots \sqrt{3}.$$
$$\text{Ainsi } \sqrt{2} - \sqrt{3} \dots\dots\dots 0.$$

 **En allemand...**

- die Ungleichheit

2. Opérations sur les inégalités

■ PROPRIÉTÉ : (addition)

« L'ordre de deux nombres est conservé si on leur ajoute le même nombre ».

Pour tous a , b et c réels,

.....

■ PROPRIÉTÉ : (multiplication)

« L'ordre de deux nombres est conservé si on les multiplie par un même nombre strictement positif ».

Pour tous a et b réels et c réel strictement positif,

.....

« L'ordre de deux nombres est inversé si on les multiplie par un même nombre strictement négatif ».

Pour tous a et b réels et c réel strictement négatif,

.....

■ PROPRIÉTÉ : (soustraction et division)

Soit c un réel non nul. On a les mêmes propriétés que précédemment puisque

- soustraire c , c'est ajouter
- diviser par c , c'est multiplier par

Exemples

- Si $x < 3$ alors $x - 3$ 0
- Si $x \geq -\frac{4}{5}$ alors $5x$ -4
- Si $3x \leq -2$ alors x $-\frac{2}{3}$
- (**Attention !**) Si $-2x > 4$ alors x -2
- Si $3x + 2 \geq 5$ alors x 1

 **En allemand...**

- die Ungleichung

3. Résolution d'une inéquation

■ DÉFINITION :

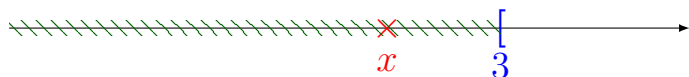
Résoudre une inéquation, c'est chercher l'ensemble des valeurs de x telles que l'inégalité est vérifiée.

Exemple

$5x - 2 < 3x + 4$	Inéquation de départ
	On soustrait $3x$
	dans les deux membres
	On réduit
	On ajoute 2
	dans les deux membres
	On réduit
	On divise par 2 en
	gardant le sens de
	l'inégalité car $2 > 0$.

Les valeurs de x vérifiant $5x - 2 < 3x + 4$ sont les nombres strictement inférieurs à 3.

On peut représenter les solutions ainsi :



■ MÉTHODE : Résolution d'inéquations

Pour résoudre une inéquation du premier degré, on commence par isoler les termes « qui contiennent x » dans un des deux membres de l'inégalité, puis on regroupe les termes constants dans l'autre, et enfin, on simplifie.


En allemand...

- Eine Ungleichung lösen

4. Signes d'une expression de la forme $ax + b$

■ DÉFINITION :

Déterminer le signe d'une expression, c'est trouver pour quelles valeurs de x cette expression est positive, négative ou égale à 0.

Exemple

Déterminer le signe de $2x - 4$, c'est déterminer les valeurs de x telles que $2x - 4 > 0$, puis telles que $2x - 4 < 0$ et enfin $2x - 4 = 0$.

■ MÉTHODE : Déterminer le signe

Déterminer le signe d'une expression revient à résoudre des inéquations.

Exemple

$2x - 4 < 0$	$2x - 4 = 0$	$2x - 4 > 0$
.....		
.....		

Ainsi,

- $2x - 4 < 0$ si et seulement si
- $2x - 4 = 0$ si et seulement si
- $2x - 4 > 0$ si et seulement si

On regroupe souvent les résultats dans un tableau.

■ DÉFINITION : Tableau de signes

Le tableau de signes d'une expression est le tableau dans lequel sont notés les signes de l'expression.

Exemple

Pour l'exemple précédent, on obtient :

Exemple

Le tableau de signes de l'expression $-3x + 9$ est :

■ PROPRIÉTÉ :

Soient a et b deux réels.

- Si $a > 0$, alors le tableau de signes de $ax + b$ est :

- Si $a < 0$, alors le tableau de signes de $ax + b$ est
