

Devoir en temps libre n°2 :

Pourcentages

Pour janvier 2024

Nom :
Prénom :
Classe :

Exercice n° 1 : les soldes

Manon part faire les soldes avec sa mère. Elles arrivent devant les magasins *A* et *B* et se séparent pour trouver les meilleures promotions. Manon rentre dans le magasin *A* et sa mère rentre dans le magasin *B*.

1. Manon voit qu'une paire de bottes est soldée à « -20 % ». Elle envoie une photo à sa mère, qui lui répond « Il y a les mêmes bottes ici, mais je ne sais pas à combien elles sont soldées. Le prix sur l'étiquette est barré. Elles coûtaient 49,99 euros, et maintenant 34,99 euros. ». Quel est le magasin qui propose la meilleure promotion sur cette paire de bottes ?
2. Manon rappelle sa mère : « J'ai trouvé un pantalon qui coûtait 27 euros avant la réduction ; il est soldé à - 15%. C'est super, je vais économiser 4,05 euros ! ». Manon a-t-elle raison ?
3. La mère de Manon trouve une jupe qui lui plaît. Sur l'étiquette est collée « -25% » alors que le prix initial est de 23 euros. Combien paiera-t-elle en caisse, après l'application de la remise ?
4. Enfin, Manon trouve une chemise à 18 euros après la réduction de 10 %. Si Manon achète cette chemise, combien aura-t-elle économisé ?
5. En rentrant chez elle, Manon essaie la jupe que sa mère lui a trouvée. Elle ne lui va pas. Le lendemain, elle décide de ramener la jupe au magasin, pour la changer. Mais les promotions ont changé ! Maintenant, la jupe n'est plus soldée. Peut-on dire que le prix soldé de la jupe a augmenté de 25 %, pour reprendre son prix initial ? Si oui, justifier, si non, justifier et donner le pourcentage réel d'augmentation.

Exercice n° 2 : Démonstration d'une propriété du cours

■ PROPRIÉTÉ :

Si une grandeur subit deux évolutions successives (augmentation ou diminution), le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Partie A : Démonstration

Notons t_1 le premier taux d'évolution et t_2 le second taux d'évolution. Soit p la grandeur initiale.

1. Notons p_1 la grandeur après la première évolution. Quelle est la valeur de p_1 , exprimée en fonction de p ?
2. Notons p_2 la grandeur après la deuxième évolution. Quelle est la valeur de p_2 , exprimée en fonction de p_1 ?
3. En conclure la valeur de p_2 en fonction de p .
4. Quel est le coefficient multiplicateur **global** lié à ces deux évolutions successives ?

Partie B : Application

Début 2009, le SMIC (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) horaire brut valait 8,71 €. Par décret du 26/06/2010, il est augmenté de 1,26 %. Puis, par décret du 17/12/2010, il est à nouveau augmenté, cette fois-ci de 0,46 %.

1. Quelle est le pourcentage d'augmentation sur l'année 2010 ?
2. Quelle était la valeur du SMIC après le 17/12/2010 ?

Exercice n° 3 : Évolution du nombre d'habitants en France

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en France, exprimé en millions (Source INSEE).

Année	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Nombre d'habitants, en millions	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8	63,1
Indice	100					

1. En prenant pour indice de base 100 le nombre d'habitants de l'année 1985, calculer les indices de chacune des autres années arrondis au centième près.
Compléter directement le tableau sur cette feuille.
2. Interpréter par une phrase l'indice obtenu dans la colonne 2010.

Correction

Exercice n° 1

Manon part faire les soldes avec sa mère. Elles arrivent devant un magasin A et un magasin B et se séparent pour trouver les meilleures promotions. Manon rentre dans le magasin A et sa mère rentre dans le magasin B.

1. Manon voit une paire de bottes soldée à -20%. Elle envoie une photo à sa mère, qui lui répond « Il y a les mêmes bottes ici, mais je ne sais pas à combien elles sont soldées. Le prix sur l'étiquette est barré. Elles coûtaient 49,99 euros, et maintenant 34,99 euros ». Quel est le magasin qui propose la meilleure promotion sur cette paire de bottes ? Vous calculerez la promotion dans le magasin B et la comparerez à celle du magasin A pour répondre.

Dans la magasin B, la maman de Manon constate une réduction de 15 euros. On a donc le tableau de proportionnalité suivant :

Réduction, en euros	15	environ 30
Prix total, en euros	49,99	100

Donc le magasin B propose une réduction de 30%. C'est donc le magasin B qui propose la meilleure promotion sur les bottes.

2. Manon rappelle sa mère : « J'ai trouvé un pantalon qui coûtait 27 euros avant la réduction ; il est soldé à 15%. C'est super, je vais économiser 4,05 euros ! ». Manon a-t-elle raison ?

On cherche à calculer 15% de 27 euros, c'est-à-dire $\frac{15}{100} \times 27$, et on a

$$\frac{15}{100} \times 27 = 4,05 \text{ euros.}$$

Donc Manon a raison.

3. La mère de Manon trouve une jupe qui lui plaît. Sur l'étiquette est collée « -25% ». Sur l'étiquette, le prix est 23 euros. Combien paiera-t-elle en caisse, après l'application de la remise ?

On sait qu'une réduction de 25% revient à multiplier le prix initial par $1 - \frac{25}{100}$ d'après le cours, c'est-à-dire $1 - 0,25$, c'est-à-dire 0,75. Donc elle paiera $23 \times 0,75$, c'est-à-dire 17,25 euros.

4. Enfin, Manon trouve une chemise à 18 euros après une réduction de 10%. Si Manon achète cette chemise, combien aura-t-elle économisé ?

On sait qu'une réduction de 10% revient à multiplier le prix initial par $1 - \frac{10}{100}$ d'après le cours, c'est-à-dire $1 - 0,1$, c'est-à-dire 0,9. Ainsi, puisque l'on a le prix d'arrivée, on divise par 0,9 pour retrouver le prix initial.

Donc le prix initial est $\frac{18}{0,9}$, c'est-à-dire 20 euros.

Manon aura donc économisé $20 - 18 = 2$ euros.

5. En rentrant chez elle, Manon essaie la jupe que sa mère lui a trouvée. Elle ne lui va pas. Le lendemain, elle décide de ramener la jupe au magasin, pour la changer. Mais les promotions ont changé ! Maintenant, la jupe n'est plus soldée.

Peut-on dire que « le prix soldé de la jupe a augmenté de 25%, pour reprendre son prix initial » ? Si oui, justifier, si non, justifier et donner le pourcentage réel d'augmentation.

On ne peut pas dire que « le prix soldé de la jupe a augmenté de 25%, pour reprendre son prix initial », car nous avons vu en cours qu'à une réduction de $t\%$ ne correspond pas une augmentation de $t\%$ (cf exemple 3.6).

Ici, on cherche par combien on a multiplié le prix soldé (c'est-à-dire 17,25 euros) pour retrouver le prix initial (c'est-à-dire 23 euros). On trouve

$$\frac{23}{17,25} = \frac{4}{3} \approx 1,3333,$$

ce qui correspond (d'après le cours) approximativement à une augmentation de 33,33%.

Exercice n° 2

■ PROPRIÉTÉ :

Si une grandeur subit deux évolutions successives (augmentation ou diminution), le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Partie A : Démonstration

Notons t_1 le premier taux d'évolution et t_2 le second taux d'évolution. Soit p la grandeur initiale.

1. Notons p_1 la grandeur après la première évolution. Quelle est la valeur de p_1 , exprimée en fonction de p ?

$$p_1 = p \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right)$$

2. Notons p_2 la grandeur après la deuxième évolution. Quelle est la valeur de p_2 , exprimée en fonction de p_1 ?

$$p_2 = p_1 \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$$

3. En conclure la valeur de p_2 en fonction de p .

$$p_2 = p \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$$

4. Quel est le coefficient multiplicateur **global** lié à ces deux évolutions successives ?

Le coefficient multiplicateur global est donc $\left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$

Partie B : Application

Début 2009, le SMIC (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) horaire brut valait 8,71 €. Par décret du 26/06/2010, il est augmenté de 1,26 %. Puis, par décret du 17/12/2010, il est à nouveau augmenté, cette fois-ci de 0,46 %.

1. Quelle est le pourcentage d'augmentation sur l'année 2010 ?

Soit t le pourcentage d'augmentation sur l'année 2010.

D'après la propriété précédente, $\left(1 + \frac{1,26}{100}\right) \left(1 + \frac{0,46}{100}\right)$ est le coefficient multiplicateur global, c'est-à-dire environ 1,01725.

Or, un coefficient multiplicateur de 1,01725 traduit une augmentation de 1,73 % environ.

Ainsi le pourcentage d'augmentation sur l'année 2010 est de 1,73 %.

2. Quelle était la valeur du SMIC après le 17/12/2010 ?

Pour trouver la valeur du SMIC après les deux augmentations, on multiplie 8,71 par le coefficient multiplicateur global traduisant l'augmentation :

$$8,71 \times \left(1 + \frac{1,26}{100}\right) \left(1 + \frac{0,46}{100}\right) \approx 8,86$$

Donc la valeur du SMIC après le 17/12/2010 était de 8,86 euros.

Exercice n° 3 : Évolution du nombre d'habitants en France

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en France, exprimé en millions (Source INSEE).

Année	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Nombre d'habitants, en millions	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8	63,1
Indice	100	102,83	104,95	107,42	110,95	111,48

1. En prenant pour indice de base 100 le nombre d'habitants de l'année 1985, calculer les indices de chacune des autres années arrondis au centième près.

Compléter directement le tableau sur cette feuille.

De manière générale, $\text{ind} = \frac{V_2}{V_1} \times 100$. Dans le premier cas par exemple, $V_2 = 58,2$ et $V_1 = 56,6$ (et $V_1 = 56,6$ dans tous les cas, car on prend comme base 100 le nombre d'habitants de l'année 1985), donc

$$\frac{58,2}{56,6} \times 100 = 102,83$$

est bien l'indice correspondant à 1990.

2. Interpréter par une phrase l'indice obtenu dans la colonne 2010.

Selon l'INSEE, le nombre d'habitants en France en 2010 a augmenté de 11,48 % par rapport à l'année 1985.