

Contrôle n° 2 : Ensembles et inéquations

• • Lundi 27 novembre 2023 • •

La calculatrice n'est pas autorisée.

Consigne : rendre ce sujet avec la copie.
Traiter les exercices dans l'ordre.

Nom :

Prénom :

Classe : 2^{nde} ES

Exercice n° 1 : QCM

Pour chaque question, indiquer la bonne réponse sur la copie, sans justifier :

$x \in]-1 ; 8[$ est équivalent à...	$-1 \leq x < 8$	$-1 \leq x \leq 8$	$-1 < x < 8$	$-1 < x \leq 8$								
$x \in [-3 ; 1[\cup [2 ; +\infty[$ est équivalent à...	$-3 \leq x < 1$ et $x \geq 2$	$-3 \leq x < 1$ ou $x \geq 2$	$-3 \leq x < 1$ et $x > 2$	$-3 \leq x < 1$ ou $x > 2$								
On considère le tableau de signes suivant : <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{4}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table> Il s'agit, par exemple, du tableau de signes de l'expression...	x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$		$-$	0	$+$	$4x + 1$	$4x - 1$	$-4x + 1$	$-4x - 1$
x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$									
	$-$	0	$+$									

Exercice n° 2 : Applications du cours

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \leq \frac{5}{6}x + 1$
- $2(4x - 3) - 3(2x - 1) > -x + 2$
- $(x - 1)(x + 3) > x^2 + 2x + 4$

2. Construire le tableau de signes associé à l'expression $-3x + 2$. Justifier la réponse.

Exercice n° 3 : un problème concret

Carl souhaite acheter un casque Bluetooth. Le prix affiché est de 50 euros et dépasse largement la somme dont il dispose. Il décide donc d'économiser la même somme chaque mois. Il a remarqué qu'il avait 17 euros au bout de deux mois et 25 euros au bout de quatre mois.

- Combien économise-t-il par mois ? Combien avait-il au départ ?
- Au bout de combien de mois Carl pourra-t-il acheter son casque ?

Correction : exercice n° 3

1. En deux mois d'économies, il a économisé 8 euros car $25 - 17 = 8$ euros. Donc il économise 4 euros par mois. Au départ, il avait donc 9 euros, car $17 - 2 \times 4 = 9$ euros.
2. On cherche un entier n tel que $9 + 4n \geq 50$. On trouve $n \geq \frac{41}{4}$. Comme n doit être un entier, Carl pour acheter son casque après 11 mois.

Exercice n° 4 : application à l'économie

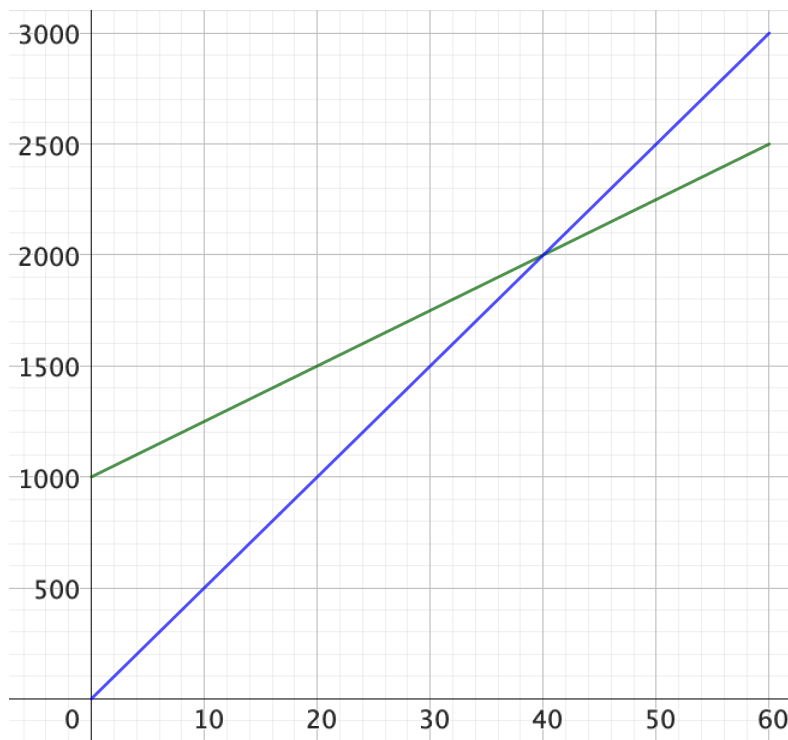
Ce problème est proposé en français et en allemand. Les questions sont les mêmes, vous répondrez sur votre copie dans une et une seule langue de votre choix, en français ou en allemand, mais pas les deux !

En français :

Un artisan fabrique et vend des vases. On suppose que tous les vases fabriqués sont vendus. L'artisan veut faire une étude sur la production d'un nombre de vases compris entre 0 et 60. Il estime que le coût de production de x vases fabriqués est modélisé par la fonction C dont l'expression est :

$$C(x) = 25x + 1000$$

où x appartient à l'intervalle $[0 ; 60]$. Chaque vase est vendu 50 euros. Sur le graphique, C est la courbe représentative de la fonction coût et D est la droite d'équation : $y = 50x$.



- Par la lecture graphique, déterminer :
 - le coût de production de 20 vases fabriqués.
 - la production à une unité près qui correspond à un coût total de 2250 euros.
- On note $R(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués.
 - Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
 - Résoudre par le calcul l'inéquation $R(x) \geq C(x)$ sur $[0 ; 60]$.
 - En déduire pour quelle(s) quantité(s) de vases vendus l'artisan réalise un bénéfice.

Auf Deutsch :

Ein Handwerker stellt Vasen her und verkauft sie. Es wird davon ausgegangen, dass alle hergestellten Vasen verkauft werden. Der Handwerker will eine Studie über die Produktion einer Anzahl von Vasen zwischen 0 und 60 machen. Er schätzt, dass die Produktionskosten der x hergestellten Vasen durch die Funktion C modelliert werden, deren Ausdruck

$$C(x) = 25x + 1000$$

ist ($x \in [0; 60]$). Jede Vase wird für 50 Euro verkauft. Auf dem Graph (oben) ist C die repräsentative Kurve der Funktion C und D die Gerade mit Gleichung : $y = 50x$.

- Durch grafisches Ablesen bestimmen Sie :
 - die Produktionskosten von 20 hergestellten Vasen.
 - die Produktion (zur nächsten Einheit gerundet), was Gesamtkosten von 2250 Euro. entspricht.
- Wir notieren $R(x)$ die Einnahmen für den Verkauf von x Vasen.
 - $R(x)$ als Funktion von x ausdrücken.
 - Lösen Sie die Ungleichung $R(x) \geq C(x)$ auf $[0 ; 60]$
 - Ziehen Sie davon ab, für welche Menge(n) an verkauften Vasen macht der Handwerker einen Gewinn.

Contrôle n° 2 :

Ensembles et inéquations

• • Lundi 27 novembre 2023 • •

La calculatrice **n'est pas autorisée**.

Consigne : rendre ce sujet avec la copie.
Traiter les exercices dans l'ordre.

Nom :

Prénom :

Classe : 2^{nde} ES

Exercice n° 1

Résoudre les inéquations suivantes :

-
-
-
- $2(x - 1) - 3(x + 1) > 4(x - 2)$

L'objectif de cette question est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{1}{x} \leq x^2$.

1. Montrer que, pour tout x réel, $1 - x^3 = (1 - x) \left(\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \right)$
2. Conclure.

Exercice n° 2

Une entreprise produit et vend des stylos. Pour l'entreprise, la production quotidienne de stylos engendre un coût total en euros, noté $C(x)$ composé de coûts fixes (salaires et matériaux) et d'un coût variable proportionnel au nombre x de stylos vendus. Chaque stylo est vendu 2,50 euro. La recette pour x stylos vendus est notée $R(x)$. Le bénéfice, noté $B(x)$ est la différence entre la recette et le coût total, c'est-à-dire

$$B(x) = R(x) - C(x)$$

On admet que $x \in [0 ; 300]$.

1. Donner l'expression de la recette en fonction de x .
2. Le coût total en euros est donné par la formule : $C(x) = 1,25x + 180$
À combien s'élèvent les coûts fixes ?
3. Montrer que le bénéfice en euros $B(x)$ est donné par : $B(x) = 1,25x - 180$.
4. Calculer $R(200)$, $C(200)$ et $B(200)$. Commenter.
5. Résoudre $B(x) > 0$. Que peut-on en déduire ?