

Contrôle n° 1 : Calculs et ensembles numériques

• • Vendredi 13 octobre 2023 • •

La calculatrice n'est pas autorisée.

Consigne : rendre ce sujet avec la copie.
Traiter les exercices dans l'ordre.

Nom :

Prénom :

Classe : 2^{nde} ES

Exercice n° 1

a) Calculs

Effectuer les calculs suivants sur la copie. Selon les cas, écrire les résultats sous la forme d'un nombre entier, d'une fraction irréductible ou sous la forme $a + b\sqrt{n}$, avec a , b et n des entiers et n le plus petit possible.

$$A = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{8}$$

$$B = -\frac{2 + \frac{2}{3}}{\frac{4}{5} - \frac{2}{3}}$$

$$C = \frac{3,9 \times 2 \times (10^{-2})^2 \times 5}{3 \times 10^9 \times 10^{-13}}$$

$$D = \frac{\sqrt{20} - 14\sqrt{5} + 2\sqrt{125}}{\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}}$$

$$E = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{10}}{\sqrt{80}} \times (3 - \sqrt{6})^2$$

$$F = \frac{3\sqrt{2} + 1}{1 - \sqrt{2}}$$

b) Ensembles de nombres

Dans la suite, les lettres désignent les résultats obtenus à l'exercice n° 1. Compléter le tableau ci-dessous avec les signes $\in$ ou $\notin$ si le résultat du calcul appartient (ou non) à l'ensemble indiqué.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
A				
B				
C				
D				
E				
F				

Exercice n° 2 : Union et intersection

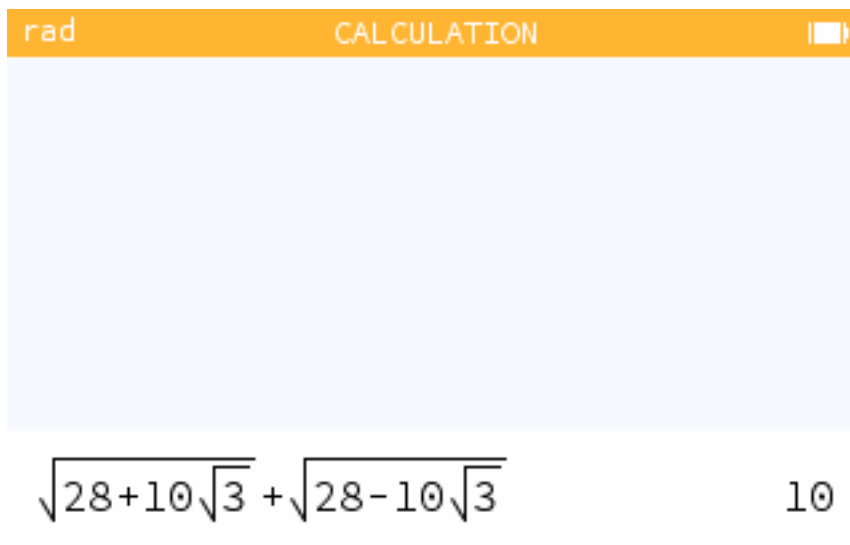
Les trois questions de cet exercice sont **indépendantes**. Vous justifierez vos résultats par un dessin.

- Soient $I =]-\infty ; 3]$ et $J = [-1 ; 5[$. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.
- Soient $E =]-7 ; 1]$ et $F =]1 ; 10]$. Déterminer $E \cap F$ et $E \cup F$.
- Soient $G = [2 ; 7[$ et $H = [0 ; 2]$. Déterminer $G \cap H$ et $G \cup H$.

Exercice n° 3 : un nombre pas si compliqué que ça

Soit le nombre $A = \sqrt{28 + 10\sqrt{3}} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$. On cherche à déterminer le plus petit ensemble auquel ce nombre appartient.

1. Voilà l'affichage de la calculatrice.



D'après la calculatrice, est-il vrai que $A \in \mathbb{Z}$? Justifier **soigneusement**.

2. En remarquant que $28 + 10\sqrt{3} = 25 + 3 + 10\sqrt{3}$, écrire $28 + 10\sqrt{3}$ sous la forme $(a + b)^2$, où a et b sont deux nombres à préciser. En déduire une expression simplifiée de $\sqrt{28 + 10\sqrt{3}}$.
3. Procéder de même pour $28 - 10\sqrt{3}$.
4. En déduire la valeur de A et répondre à la question initiale.

Exercice n° 4 : bonus

Soit $x \in [19 ; 20[$. Quand on augmente x de 10 %, on obtient un entier. Quel est cet entier ?