

Devoir maison n°4

À rendre le mercredi 5 décembre 2024

En janvier 2021, Alex se décide d'acheter un scooter coûtant 5 700 euros sans apport personnel. Le vendeur lui propose un crédit à la consommation d'un montant de 5 700 euros, au taux mensuel de 1,5%. Par ailleurs, la mensualité fixée à 300 euros est versée par l'emprunteur à l'organisme de crédit le 25 de chaque mois.

Ainsi, le capital restant dû augmente de 1,5% puis baisse de 300 euros.

Le premier versement a lieu le 25 février 2021.

On note c_n le capital restant dû en euros juste après la n ième mensualité ($n \in \mathbb{N}$).

On convient que $c_0 = 5\,700$.

Les résultats seront donnés sous forme approchée à 0,01 près si nécessaire.

1. Calculer c_1 et c_2 .
2. Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $c_{n+1} = 1,015c_n - 300$. Quelle est la nature de la suite $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$?
3. On considère la suite (v_n) définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = c_n - 20\,000$.
 - (a) Montrer que la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - (b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
 - (c) Exprimer c_n en fonction de n .
4. On note i_n les intérêts à verser au n ième mois, pour tout $n \geq 1$.
 - (a) Exprimer i_n en fonction de c_{n-1} et en déduire que $i_n = -214,5 \times 1,015^{n-1} + 300$
 - (b) Calculer la somme des intérêts versés pour rembourser le prêt.
5. Pour aller plus loin, on se place dans le cas général :

on considère que l'on emprunte une somme C_0 à un taux mensuel t avec une mensualité M . Déterminer, en fonction de n , le capital C_n restant dû chaque mois, puis les intérêts I_n pour $n \geq 1$.