

Séquence XIII – Nombres complexes (partie 1)

Exercices en autonomie - 2 juin 2025

Exercice 1

Déterminer le conjugué de chaque nombre complexe et donner sa forme algébrique.

- $z = (3 + i)(-13 - 2i)$
- $z = i(1 - i)^3$
- $z = \frac{2 - 3i}{8 + 5i}$
- $z = \frac{2}{i + 1} - \frac{3}{1 - i}$

Exercice 2

Mettre chaque nombre complexe sous sa forme algébrique.

- $z = \frac{2 + i}{3 + i}$
- $z = \frac{(2 + i)(1 - 4i)}{i + 1}$

Exercice 3

Soit $z = x + iy$, x et y étant deux réels tels que $(x; y) \neq (1; 0)$. On pose $Z = \frac{z + 2i}{z - 1}$. Déterminer l'ensemble des points d'affixe z tel que :

- Z soit un nombre réel (indice : il faut donc que la partie imaginaire de Z soit nulle... Il faut donc déterminer la partie imaginaire de Z en fonction de x et y , puis chercher la condition attendue...)
- Z soit un imaginaire pur (Indice : un raisonnement analogue, mais avec la partie réelle...).

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{C}$ chacune des équations suivantes.

- $2z^2 - 6z + 5 = 0$
- $z^2 + z + 1 = 0$
- $z^2 + 2\bar{z} + 1 = 0$

Exercice 5

- On considère un réel b . Développer $(z^2 + bz + 4)(z^2 - bz + 4)$.
- En déduire les solutions complexes de l'équation $z^4 + 16 = 0$.

Exercice 6

Pour tout nombre complexe z on pose

$$P(z) = z^4 - 1$$

- Factoriser $P(z)$.
- En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.
- En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\left(\frac{2z + 1}{z - 1}\right)^4 = 1$

Exercice 7

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation

$$(E) : z^3 - (1 - i)z^2 + (1 - i)z + i = 0$$

- Montrer que (E) possède une unique solution imaginaire pure.
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) .

