

Pour réviser pour le DS 7 :

1. Deux exercices de probabilités

72 PROBLÈME DE SYNTHÈSE

Carine propose le jeu suivant à Abdel. Un sac contient n boules noires et une boule blanche (avec n un entier naturel supérieur ou égal à 1). Abdel tire une boule au hasard, note sa couleur, la remet dans le sac, puis tire une nouvelle boule.

Si les deux boules tirées sont noires, Carine donne 1 € à Abdel. Si elles sont blanches, Carine donne 10 € à Abdel. Si elles sont de couleurs différentes, Abdel donne 3,50 € à Carine.

Soit G la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le « gain » d'Abdel (compté négativement si c'est une perte).

1. Déterminer la loi de probabilité de G .

2. Vérifier que l'espérance mathématique de G vaut $\frac{n^2 - 7n + 10}{(n + 1)^2}$.

3. Pour quelles valeurs de n le jeu est-il équitable ?

4. Pour quelles valeurs de n le jeu risque-t-il de rapporter plus d'argent à Carine ?



64 On dispose de deux pièces de monnaie bien équilibrées : l'une est classique mais l'autre est spéciale : ses deux côtés sont marqués « pile » ! Lorsqu'on lance ces deux pièces :

A on peut obtenir « 0 fois pile », « 1 fois pile » et « 2 fois pile » ;

B on a deux fois plus de chances d'obtenir « 2 fois pile » que « 1 fois pile » ;

C les issues « obtenir une fois pile » et « obtenir deux fois pile » sont équiprobables ;

D l'événement « obtenir 2 fois face » n'est pas lié à l'expérience.

65 Dans une loterie, on peut gagner 15 € et 30 € avec des probabilités égales à $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{6}$ respectivement. On peut aussi ne rien gagner.

A Le joueur a une chance sur deux de ne rien gagner.

B L'espérance de gain du joueur est de 10 €.

C À cette loterie, un joueur gagne en moyenne 22,5 €.

D L'écart type du gain du joueur est égal à $5\sqrt{5}$.

E Si la mise est de 5 €, le jeu est équitable.

66 Rose écrit au hasard, dans un certain ordre, les quatre lettres de son prénom.

A Elle peut écrire 24 mots différents.

B Il y a une chance sur quatre pour que le mot obtenu commence par R.

C Il y a une chance sur quatre pour que le mot obtenu se termine par E.

D Il y a une chance sur seize que le mot obtenu commence par R et se termine par E.

E Rose a une chance sur douze d'écrire OSER.

67 Un antivol comporte un code composé de trois chiffres qui ont été tirés au hasard entre 0 et 9.

A Il y a 30 codes possibles.

B Il y a une chance sur cent pour que les trois chiffres soient identiques.

C Il y a près de trois chances sur quatre pour que les trois chiffres soient distincts.

D Il y a moins d'une chance sur quatre pour que deux des trois chiffres soient identiques.

68 Un chasseur tire sur une poule d'eau posée sur un bateau pneumatique. La probabilité d'atteindre la poule est de 0,3, celle d'endommager le bateau est de 0,5 et celle de toucher les deux est de 0,1.

A $P(\text{« le chasseur atteint la poule ou le bateau »}) = 0,8$.

B $P(\text{« le bateau coule et la poule s'envole »}) = 0,4$.

C $P(\text{« la poule est touchée et le bateau indemne »}) = 0,2$.

D Les événements « la poule et le bateau sont épargnés » et « la poule est touchée » ont la même probabilité.

2. Application du TVI :

Pour tout réel x , on pose $f(x) = x^5 - 2x - 4$.

1. Calculer $f(1)$ et $f(2)$

2. En déduire que l'équation $x^5 = 2x + 4$ possède au moins une solution sur $[1; 2]$.

3. Donner une solution de cette équation au centième près.

3. Ancien sujet de DS (pages suivantes, priorité à l'exercice 4)

Devoir Surveillé n°3

TS

Fonctions et continuité

Durée 2 heures - Coeff. 10

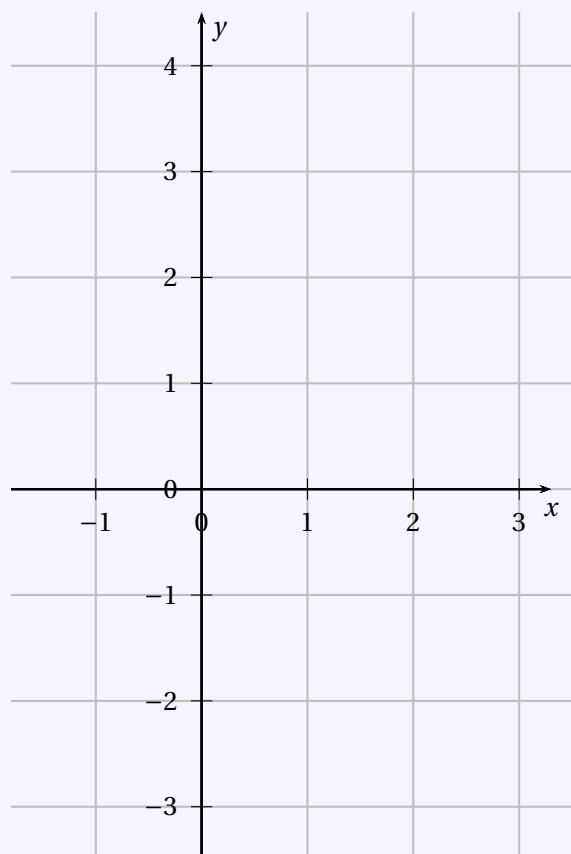
Noté sur 20 points

BARÈME (sur 20 points)	Note
Exercice 1 : 2.5 points	
Exercice 2 : 3 points	
Exercice 3 : 4 points	
Exercice 4 : 10.5 points	
Total	

ANNEXES à rendre avec la copie

A compléter sur cette feuille

ANNEXE 1 de l'exercice 2.



A compléter sur cette feuille

ANNEXE 2 de l'exercice 4.

L'algorithme permet d'obtenir un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} , où α est la solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[a; b]$ (à préciser).



Pseudo Code

$[a; b]$ un intervalle de départ qui contient la solution α avec $a < b$.

$a \leftarrow \dots$

$b \leftarrow \dots$

Tant que $(b - a > \dots\dots\dots)$ Faire

$m \leftarrow \dots$

Si $f(a) \times f(m) < 0$ Alors

$\dots \leftarrow \dots$

Sinon

$\dots \leftarrow \dots$

Fin Tant que

Afficher (a, b)

Exercice 2. Avec la fonction partie entière**3 points**

On note $\lfloor x \rfloor$ la partie entière d'un réel x , c'est à dire l'unique entier relatif n tel que $n \leq x < n + 1$.

Soit f la fonction définie sur $[-1 ; 2]$ par :

$$f(x) = x + \lfloor x \rfloor$$

1. Exprimer $f(x)$ en fonction de x suivant les valeurs du réel x de $[-1 ; 2]$.
2. Construire la représentation graphique de f dans le repère de l'ANNEXE 1 et sans autre justification. Attention au codage!
3. f est-elle continue sur $[0 ; 1[$? sur $[1 ; 2]$? Justifier la réponse graphiquement.

Exercice 3. Vrai ou Faux**4 points**

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer sur la copie si elle est vraie ou si elle est fausse. Justifier avec soin votre raisonnement. Toute réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Affirmation 1

Soit g une fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ telle que :

- la fonction g est dérivable et strictement décroissante sur $[0 ; 1]$;
- On a : $g(0) = 5$ et $g(1) = 2$.

Soit f la fonction définie sur $[0 ; 1]$ par :

$$f(x) = \left(g(x)\right)^2$$

Alors l'équation $f(x) = 6$ admet une unique solution sur $[0 ; 1]$.

Affirmation 2

Soit m un réel et h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} h(x) = -x^2 + m & \text{si } x \leq 3 \\ h(x) = -2x - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

La fonction h n'est pas continue sur $\mathbb{R}$, quelle que soit la valeur de m .

Partie A : une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x^3 + 3x + 8$$

1. Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.
2. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
3. Compléter l'algorithme de dichotomie donné en ANNEXE 2 qui permet d'obtenir un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} . On partira d'un intervalle $[a ; b]$ contenant α , avec a et b entier.
4. En le justifiant avec soin, donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .
5. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B : étude de la fonction f

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$$

1. Démontrer que f est bien définie sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer la dérivée de f et vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$$

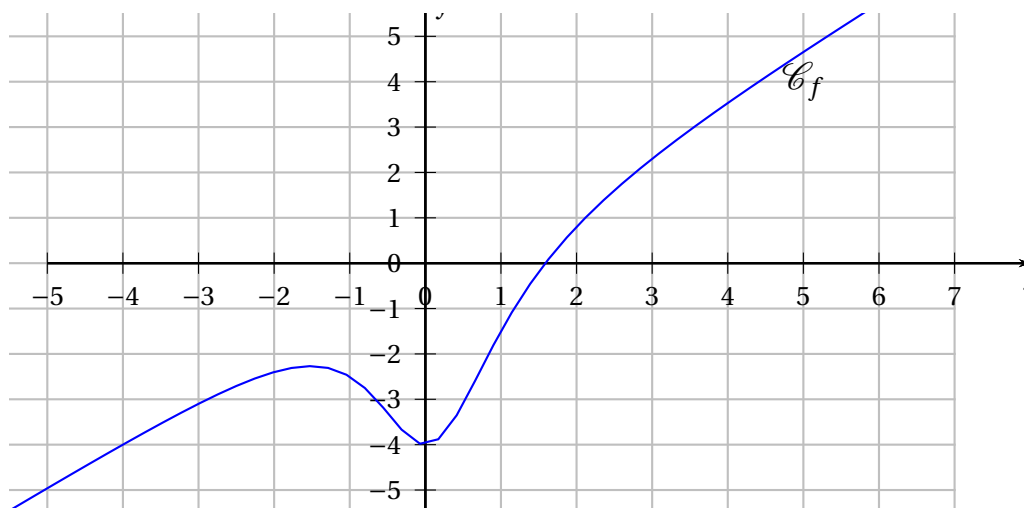
3. Étudier les variations de f . On pourra utiliser les résultats de la partie A.
4. Démontrer que :

$$\frac{f(\alpha)}{\alpha} = \frac{3}{2}$$

5. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

Partie C : un problème de tangente

On donne ici $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .



1. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
2. Conjecturer graphiquement la position relative de (T) par rapport à $\mathcal{C}_f$.
Valider votre conjecture par le calcul.

🌀 Fin du devoir 🌀