

Solution de l'exercice n° VIII.1

L'univers Ω est l'ensemble de tous les résultats possibles lorsqu'on lance les deux dés. Comme chaque dé a 6 faces numérotées de 1 à 6, il y a $6 \times 6 = 36$ résultats possibles.

Donc, l'univers Ω est :

$$\begin{aligned} \Omega = \{ & (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), \\ & (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), \\ & (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), \\ & (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), \\ & (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), \\ & (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \} \end{aligned}$$

Une issue est un couple d'entiers avec $1 \leq i \leq 6$ et $1 \leq j \leq 6$. Donc $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, ou encore $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^2$

Solution de l'exercice n° VIII.2

L'univers Ω est l'ensemble de tous les résultats possibles lorsqu'on lance la pièce trois fois. Comme chaque lancer peut donner deux résultats possibles (P pour Pile et F pour Face), il y a $2^3 = 8$ résultats possibles.

Donc, l'univers Ω est :

$$\begin{aligned} \Omega = \{ & (P, P, P), (P, P, F), (P, F, P), (P, F, F), \\ & (F, P, P), (F, P, F), (F, F, P), (F, F, F) \} \end{aligned}$$

Solution de l'exercice n° VIII.3

La loi de probabilité sur l'univers $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ est donnée par :

Résultat	Probabilité
1	0,5
2	p
3	p
4	p
5	p
6	$0,5p$

où p est la probabilité d'apparition des faces 2, 3, 4 et 5, et $2p$ est la probabilité d'apparition de la face 6. Nous savons que la somme des probabilités doit être égale à 1, donc nous avons :

$$0,5 + 4p + 0,5p = 1$$

$$4,5p = 0,5$$

$$p = \frac{0,5}{4,5} = \frac{1}{9}$$

Ainsi, la loi de probabilité est :

Résultat	Probabilité
1	0,5
2	$1/9$
3	$1/9$
4	$1/9$
5	$1/9$
6	$1/18$

Solution de l'exercice n° VIII.4

La loi de probabilité sur l'univers $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, où les probabilités de sortie des numéros sont proportionnelles à ces numéros, est donnée par :

Résultat	Probabilité
1	k
2	$2k$
3	$3k$
4	$4k$
5	$5k$
6	$6k$

où k est une constante de normalisation telle que la somme des probabilités soit égale à 1. La somme des probabilités doit être égale à 1, donc nous avons :

$$k + 2k + 3k + 4k + 5k + 6k = 1$$

$$21k = 1$$

$$k = \frac{1}{21}$$

Ainsi, la loi de probabilité est :

Résultat	Probabilité
1	$1/21$
2	$2/21$
3	$3/21$
4	$4/21$
5	$5/21$
6	$6/21$

Solution de l'exercice n° VIII.5

L'univers Ω est l'ensemble de tous les résultats possibles lorsqu'on lance deux pièces. La première pièce a deux résultats possibles, Pile (P) ou Face (F). La deuxième pièce a un résultat possible : Face. On peut donc obtenir PF ou FF . Le premier cas possible a une chance sur deux d'arriver (car les pièces sont équilibrées), tout comme le deuxième. Chaque résultat a donc une probabilité de $\frac{1}{2}$, et on obtient :

Résultat	Probabilité
(P, F)	$1/2$
(F, F)	$1/2$

Solution de l'exercice n° VIII.6

C'est la zone numéro 8.

Solution de l'exercice n° VIII.7

Il y a équiprobabilité sur Ω .

- D'après l'énoncé, $\text{card}(T) = 78$
- $\text{card}(B) = 20$
- $\text{card}(T \cap C) = 53$
- $\text{card}(T \cup C) = 95$
- $\text{card}(T \cap C \cap E) = 18$
- $\text{card}((T \cup E) \cap C) = 60$

Solution de l'exercice n° VIII.8

Il y a équiprobabilité sur Ω .

$$1. P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{1}{32}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}.$$

$$2. P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) \text{ d'après les lois de Morgan, c'est-à-dire}$$

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{32} = \frac{21}{32}$$

$$P(A \cap \overline{B}) = \frac{\text{card}(A \cap \overline{B})}{\text{card}(\Omega)} = \frac{7}{32}$$

$$P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) = P(A) + 1 - P(B) - P(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{4} + \frac{7}{8} - \frac{7}{32} = \frac{29}{32}.$$

Solution de l'exercice n° VIII.9

1. Pour calculer les probabilités demandées, commençons par remarquer qu'il y a équiprobabilité sur Ω . De plus, il y a 7 boules dans l'urne, donc $\text{card}(\Omega) = 7$.

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{3}{7}$$

$$P(B) = \frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{4}{7}$$

$$P(C) = \frac{\text{card}(C)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{3}{7}$$

2. C représente l'événement "la boule tirée est un nombre pair", donc $\overline{C}$ représente l'événement contraire. Comme il y a 7 boules en tout et 3 d'entre elles portent un numéro pair, alors $\text{card}(\overline{C}) = 7 - 3 = 4$. Donc,

$$P(\overline{C}) = \frac{\text{card}(\overline{C})}{\text{card}(\Omega)} = \frac{4}{7}$$

3.

$$\begin{aligned}
 P(A \cap B) &= P(\text{la boule est noire et rouge}) = 0 \\
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 &= P(A) + P(B) \\
 &= \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \\
 &= \frac{7}{7} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(A \cap C) &= P(\text{la boule est noire et paire}) = \frac{1}{7} \\
 P(B \cap C) &= P(\text{la boule est rouge et paire}) = \frac{2}{7} \\
 P(A \cup C) &= P(A) + P(C) - P(A \cap C) \\
 &= \frac{3}{7} + \frac{3}{7} - \frac{1}{7} \\
 &= \frac{5}{7} \\
 P(B \cup C) &= P(B) + P(C) - P(B \cap C) \\
 &= \frac{4}{7} + \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \\
 &= \frac{5}{7}
 \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}
 P(\overline{B} \cap \overline{C}) &= P(\overline{B \cup C}) \\
 &= 1 - P(B \cup C) \\
 &= 1 - \frac{5}{7} \\
 &= \frac{2}{7}
 \end{aligned}$$

$P(A \cap \overline{C})$ est la probabilité de tirer une boule noire et que le numéro inscrit ne soit pas pair. Ainsi $P(A \cap \overline{C}) = \frac{2}{7}$.

$$\begin{aligned}
 P(C \cup \overline{A}) &= P(C) + P(\overline{A}) - P(\overline{A} \cap C) \\
 &= \frac{3}{7} + (1 - P(A)) - \frac{2}{7} \\
 &= \frac{3}{7} + \frac{4}{7} - \frac{2}{7} \\
 &= \frac{5}{7}
 \end{aligned}$$

Solution de l'exercice n° VIII.10

Soit Ω l'ensemble des élèves. Notons R l'événement "l'élève est reçu" et I l'événement "l'élève est interne".

1. Il y a équiprobabilités sur Ω .

$$P(R) = \frac{\text{card}(R)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{370}{485} = \frac{74}{97}$$

$$P(I \cap R) = \frac{\text{card}(I \cap R)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{158}{485}$$

$$P(\overline{R}) = 1 - P(R) = 1 - \frac{74}{97} = \frac{23}{97}$$

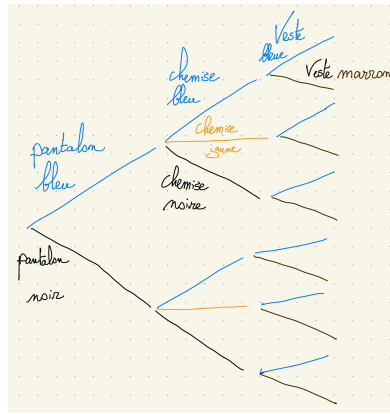
2. On sait que l'élève rencontré est interne. Donc, si on note A l'événement "L'élève rencontré, parmi les internes, est reçu", alors

$$P(A) = \frac{\text{card}(I \cap R)}{\text{card}(I)} = \frac{158}{198} = \frac{79}{99}$$

3. De même, si on note B l'événement "L'élève rencontré, parmi les refusé, est externe", alors

$$P(B) = \frac{\text{card}(\overline{I} \cap \overline{R})}{\text{card}(\overline{R})} = \frac{15}{23}$$

Solution de l'exercice n° VIII.11



2. On suppose que l'ensemble Ω (donc l'ensemble des tenues possibles) est muni de la loi équirépartie, ce qui signifie que chaque tenue a la même probabilité d'être choisie.

- Évariste est habillé tout en bleu s'il porte le pantalon bleu, la chemise bleue et la veste bleue. Il n'y a donc qu'une tenue possible, parmi les 12 possibles. Ainsi

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{1}{12}$$

- Les tenues qui satisfont « une chemise et une veste de couleurs différentes » sont » :

- pantalon - chemise bleue - veste marron,
- pantalon - chemise jaune - veste bleue,
- pantalon - chemise jaune - veste marron,
- pantalon - chemise noire - veste bleue,
- pantalon - chemise noire - veste marron

Et cela pour chacun des deux pantalons. Donc il y a 10 tenues possibles. Donc la probabilité cherchée est

$$P(B) = \frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

- Si Évariste ne porte ni pantalon ni chemise bleu, il peut porter uniquement un pantalon noir, une chemise jaune ou noire, et une veste bleue ou marron. Cela fait $1 \times 2 \times 2 = 4$ tenues possibles. Ainsi

$$P(C) = \frac{\text{card}(C)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Solution de l'exercice n° VIII.12

— $M = \text{« l'élève étudie au moins une langue »}$

Nous allons calculer la probabilité de l'événement complémentaire $\overline{M}$, c'est-à-dire que l'élève n'étudie aucune langue. Puis, nous utiliserons la relation $P(M) = 1 - P(\overline{M})$.

$$P(\overline{M}) = 0,058$$

$$P(M) = 1 - 0,058 = 0,942$$

— $T = \text{« l'élève étudie les trois langues »}$

Soit A , B et C les événements suivants :

- A : l'élève étudie l'anglais,
- B : l'élève étudie l'allemand,
- C : l'élève étudie l'espagnol.

Nous avons les informations suivantes :

$$P(A) = 0,717$$

$$P(B) = 0,434$$

$$P(C) = 0,5$$

$$P(A \cap B) = 0,317$$

$$P(A \cap C) = 0,35$$

$$P(B \cap C) = 0,142$$

On cherche $P(A \cap B \cap C)$, et on sait que $P(M) = P(A \cup B \cup C)$. Calculons

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A \cup B) + P(C) - P((A \cup B) \cap C) \\ &= (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) + P(C) - P((A \cap B) \cup (A \cap C)) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C) - (P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)) \\ &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

On obtient, d'après la question 1 :

$$0,942 = 0,717 + 0,434 + 0,5 - 0,317 - 0,35 - 0,142 + P(A \cap B \cap C)$$

On obtient $P(A \cap B \cap C) = 0,942 - 0,717 - 0,434 - 0,5 + 0,317 + 0,35 + 0,142$, c'est-à-dire $P(A \cap B \cap C) = 0,1$, ce qui est le résultat attendu.

— $U = \text{« l'élève étudie exactement une langue »}$

Nous allons calculer la probabilité de cet événement en utilisant la relation

$$P(U) = P(\text{étudie une seule langue}) - P(T).$$

$$P(U) = P(\text{étudie une seule langue}) - P(T)$$

$$P(U) = (P(\text{anglais seul}) + P(\text{allemand seul}) + P(\text{espagnol seul})) - P(T)$$

$$P(U) = (0,717 \times (1 - 0,317 - 0,35)) + (0,434 \times (1 - 0,317 - 0,142)) + (0,5 \times (1 - 0,35 - 0,142)) - 0,1$$

$$P(U) = (0,717 \times 0,333) + (0,434 \times 0,521) + (0,5 \times 0,508) - 0,1$$

$$P(U) = 0,238 + 0,226 + 0,254 - 0,1 = 0,618$$

Solution de l'exercice n° VIII.13

1. Pour la lettre, il y a 4 possibilités, et pour chacun des chiffres, il y a 10 possibilités. Donc il y a au total :

$$4 \times 10 \times 10 \times 10 = 4000 \text{ codes possibles.}$$

2. Il y a équiprobabilité sur l'ensemble des codes (sur Ω). Il n'y a qu'un seul code exact. Si on note A l'événement : « Composer le code exact », on obtient

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{1}{4000} = \frac{1}{100}$$

3. Il y a équiprobabilité sur l'ensemble des codes (sur Ω). Un code avec 3 chiffres identiques contient une lettres parmi les quatre, et pour chaque lettre, il y a 10 codes possibles (000, 111, ..., 999). Donc il y a $4 \times 10 = 40$ codes qui ont 3 chiffres identiques. Si on note B l'événement : « Composer un code avec 3 chiffres identiques », on obtient

$$P(B) = \frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{40}{4000} = \frac{1}{100}$$

4. Si on note C l'événement : « Composer un code avec 3 chiffres différents », on obtient que $C = \overline{B}$. Donc

$$P(C) = 1 - P(B) = \frac{99}{100}$$

5. On veut que le code comporte exactement deux fois le chiffre 1 et une fois le chiffre 2. Le chiffre 2 peut être placé en première, deuxième ou troisième position. Ainsi on a comme possibilité 112, 121, 211, et cela pour chaque lettre. On compte donc 3 possibilités pour chacune des 4 lettres, c'est-à-dire $3 \times 4 = 12$ possibilités. Si on note D l'événement « composer un code comportant exactement deux fois le chiffre 1 et une fois le chiffre 2 », on obtient

$$P(D) = \frac{\text{card}(D)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{12}{4000} = \frac{6}{2000} = \frac{3}{1000}$$

Solution de l'exercice n° VIII.14

La loi de probabilité de la variable aléatoire X est déterminée par la probabilité que X prenne une certaine valeur. Puisque chaque élément de Ω est équiprobable, nous devons simplement compter le nombre d'occurrences de chaque valeur de X .

- Lorsque $X = 0$, il y a une seule occurrence dans Ω (car $0^2 = 0$).
- Lorsque $X = 1$, il y a deux occurrences dans Ω (car $(-1)^2 = 1$ et $1^2 = 1$).
- Lorsque $X = 4$, il y a deux occurrences dans Ω (car $(-2)^2 = 4$ et $2^2 = 4$).
- Lorsque $X = 9$, il y a deux occurrences dans Ω (car $(-3)^2 = 9$ et $3^2 = 9$).
- Lorsque $X = 16$, il y a une deux occurrences dans Ω (car $(-4)^2 = 16$ et $4^2 = 16$).

Ainsi, la loi de probabilité de la variable aléatoire X est la suivante :

X	Probabilité
0	1/9
1	2/9
4	2/9
9	2/9
16	2/9

Solution de l'exercice n° VIII.15

- par contient 3 lettres
- le contient 2 lettres
- plus contient 4 lettres
- grand contient 5 lettres
- des contient 3 lettres
- hasards contient 7 lettres

Donc $X(\Omega) = \{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7\}$.

La loi de probabilité de X est donc :

X	Probabilité
2	1/6
3	2/6
4	1/6
5	1/6
7	1/6

L'espérance de X se calcule grâce à la formule du cours :

$$E(X) = 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{2}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 7 \times \frac{1}{6}$$

Donc $E(X) = 4$. Donc on peut espérer tirer un mot de 4 lettres.

Puis, $E(X^2) = \sum_{i=1}^5 p_i x_i^2 = \frac{56}{3}$

Donc $\sigma(X) = \sqrt{\frac{56}{3} - 4^2} = \sqrt{\frac{8}{3}}$.

Solution de l'exercice n° VIII.16

Il y a équiprobabilité sur Ω .

$S(\Omega) = \{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$

s_i	$P(S = s_i)$
2	1/36
3	2/36
4	3/36
5	4/36
6	5/36
7	6/36
8	5/36
9	4/36
10	3/36
11	2/36
12	1/36

La somme la plus probable est 7.

$E(S) = \sum_{i=1}^{11} p_i x_i = 7$.

En moyenne, on obtient une somme qui vaut 7.

Solution de l'exercice n° VIII.17

1. $G(\Omega) = \{-2; 98; 148; 498\}$

g_i	$P(S = s_i)$
-2	1992/2000
98	1/2000
198	2/2000
498	5/2000

2. $E(G) = \sum_{i=1}^4 p_i x_i = -1,35$. En moyenne, on perd 1,35 euros.

3. $V(G) = E(G^2) - E(G)^2$ d'après la formule de König-Huygens.

Donc $V(G) = 175$. On en conclut que $\sigma(G) = \sqrt{175}$.

Solution de l'exercice n° VIII.18

1. On liste les différentes possibilités de dominos : avec un face 0 (donc vide), il peut y avoir en face un 0, un 1, un 2, ..., un 6. Il y a donc 7 possibilités.

Avec un 1, il peut y avoir un 1 en face, un 2, ..., un 6. On ne compte pas le 0 dans ce cas, car on l'a déjà compté précédemment. Il y a donc 6 possibilités.

Avec un 2, il peut y avoir un 2 en face, un 3, ..., un 6. On ne compte pas le 0 et le 1 dans ce cas, car on l'a déjà compté précédemment. Il y a donc 5 possibilités.

etc... Avec un 6, il ne peut y avoir en face qu'un 6. Donc 1 possibilité.

On résume ces possibilités dans un tableau :

	0	1	2	3	4	5	6
0	×	×	×	×	×	×	×
1		·	×	×	×	×	·
2			×	×	×	×	·
3				×	×	×	×
4					×	×	×
5						×	×
6							×

2. (a) Il y a équiprobabilité sur Ω qui est l'ensemble des dominos. Donc $\text{card}(\Omega) = 28$. Il y a 7 doubles : (0; 0), (1; 1), ..., (6; 6). Ainsi la probabilité cherchée est $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

(b) Les cas possibles sont 00, 03, 06, 12, 15, 24, 33, 36, 45, 66, donc la probabilité cherchée est

$$\frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

3. $X(\Omega) = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

On a la loi de de probabilités suivantes :

x_i	-1	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{21}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$

On a $E(X) = \sum_{i=1}^8 p_i x_i = 0$.

De plus, $E(X^2) = \sum_{i=1}^8 p_i x_i^2 = 4$. Donc $V(X) = 4$ et $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 2$.

Solution de l'exercice n° VIII.19

Il y a 2 possibilités de réponses à chacune des 5 questions. Il y a donc $2^5 = 32$ copies possibles. On dénombre :

- 1 copie toute juste. Cette copie obtient 20.
- 1 copie avec tout faux. Cette copie obtient 0.
- 5 copies avec une faute (on peut placer la faute en première position, en deuxième, ..., en cinquième). Chacune de ces copies obtient $16 - 2 = 14$.
- 5 copies avec une réponse juste (on peut placer la réponse en première position, en deuxième, ..., en cinquième). Chacune de ces copies obtient $4 - 4 \times 2 = -4$, qui devient 0.
- Il y a autant de copies avec deux réponses fausses que de copies avec deux réponses justes. On a déjà dénombré 12 copies. Il reste donc 20 copies, et 10 ont deux fautes (elles obtiennent $3 \times 4 - 2 \times 2 = 8$ et 10 ont deux réponses correctes (elles obtiennent $2 \times 4 - 3 \times 2 = 2$).

Ainsi $X(\Omega) = \{0; 2; 8; 14; 20\}$. Il y a équiprobabilité sur Ω et on obtient la loi de probabilité suivante :

x_i	20	14	8	2	0
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{6}{32}$

Ainsi $E(X) = \sum_{i=1}^5 p_i x_i = \frac{95}{16} = 5,9375$

L'élève peut espérer obtenir 5,9375, mais comme le résultat est entier, on dira qu'il peut espérer obtenir 6.

Solution de l'exercice n° VIII.20

On place au hasard trois chemises de couleurs bleue, jaune et rouge dans quatre tiroirs a, b, c, d . Chaque rangement des chemises est supposé équiprobable. On note V la variable aléatoire qui, à un rangement des chemises, associe le nombre de tiroirs restés vides.

On peut ranger les chemises dans le même tiroir (il y a alors 3 tiroirs vides), ou deux dans un tiroir et une dans un autre (il y a alors 2 tiroirs vides) ou chaque chemise dans un tiroir (il y a alors 1 tiroir vide).

On liste l'ensemble des rangements possibles qui laissent 3 tiroirs vides :

Tiroir a	Tiroir b	Tiroir c	Tiroir d
b, j, r			
	b, j, r		
		b, j, r	
			b, j, r

Il y en a 4.

On liste maintenant l'ensemble des rangements qui laissent 2 tiroirs vides. Il y a donc une chemise dans un tiroir et deux chemises dans un autre. Regardons les cas où la chemise isolée est bleue.

Tiroir a	Tiroir b	Tiroir c	Tiroir d
b	j, r		
b		j, r	
b			j, r
j, r	b		
	b	j, r	
	b		j, r
j, r		b	
	j, r	b	
		b	j, r
j, r			b
	j, r		b
		j, r	b

On aura le même nombre de possibilités en plaçant la chemise jaune ou la chemise rouge seule dans un tiroir. **Il y a donc $3 \times 12 = 36$ rangements possibles qui laissent 2 tiroirs vides.**

Enfin, on liste les rangements qui laissent 1 tiroir vide. Étudions le cas où c'est le tiroir a qui est vide :

Tiroir a	Tiroir b	Tiroir c	Tiroir d
	b	j	r
	b	r	j
	j	b	r
	j	r	b
	r	b	j
	r	j	b

Il y a 6 possibilités quand le tiroir a est vide. De même pour chacun des autres **Il y a donc $4 \times 6 = 24$ possibilités qui laissent vide 1 tiroir.**

Il y a au total $4 + 36 + 24 = 64$ rangements possibles (c'est le cardinal de Ω où Ω est l'ensemble des rangements possibles).

Il y a équiprobabilité sur Ω d'après l'énoncé, donc la probabilité d'avoir un tiroir vide est $\frac{24}{64} = \frac{3}{8}$, la probabilité d'avoir deux tiroirs vides est $\frac{36}{64} = \frac{9}{16}$ et la probabilité d'avoir trois tiroirs vides est $\frac{4}{64} = \frac{1}{16}$, ce que l'on résume dans le tableau suivant :

v	1	2	3
$P(V = v)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{16}$

Calculons l'espérance de la variable aléatoire V :

$$\begin{aligned}
 E(V) &= 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{9}{16} + 3 \times \frac{1}{16} \\
 &= \frac{6}{16} + \frac{18}{16} + \frac{3}{16} \\
 &= \frac{27}{16} \\
 &= 1,6875
 \end{aligned}$$

Le nombre moyen de tiroirs vides est 1,6875.