

Justifier la dérivabilité d'une fonction...

1. ...en un point a

MÉTHODE :

On étudie la limite du taux d'accroissement $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

2. ...sur un ensemble

MÉTHODE :

Utiliser des propriétés des fonctions dérivables

Remarque : Ces propriétés se démontrent grâce à la méthode précédente, mais au prix de très lourds calculs ! On ne demandera pas de le faire en exercices...

MÉTHODE :

f est dérivable sur $\mathcal{D}$ en tant que...

Opérations

- ... somme de deux fonctions dérivables sur $\mathcal{D}$.
- ... différence de deux fonctions dérivables sur $\mathcal{D}$.
- ... produit de deux fonctions dérivables sur $\mathcal{D}$.
- ... quotient de deux fonctions dérivables sur $\mathcal{D}$ dont le dénominateur ne s'annule pas sur $\mathcal{D}$.

Cas particuliers

- ... fonction polynôme (alors $\mathcal{D} = \mathbb{R}$).
- ... fonction rationnelle (alors $\mathcal{D} = \mathcal{D}_f$).
- ... combinaison linéaire de fonctions dérivables sur $\mathcal{D}$.

Composée

- ... racine carrée d'une fonction dérivable **strictement positive** sur $\mathcal{D}$.
- ... inverse d'une fonction dérivable **non nulle** sur $\mathcal{D}$.
- ... exponentielle d'une fonction dérivable sur $\mathcal{D}$.
- ... logarithme d'une fonction dérivable **strictement positive** sur $\mathcal{D}$.



Attention

Certaines fonctions peuvent être des combinaisons des cas précédents, il convient alors de justifier la dérivabilité de « chaque fonction » mise en évidence.

Exemple :

Soit f la fonction définie sur $[-2; 0[\cup]0; 2]$ par $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$