

Contrôle n° 8 : Bac blanc

• • Mercredi 15 mai 2024 • •

La calculatrice est autorisée.

Nom :

Prénom :

Classe : 1^{re} ES

Consigne : mettre son nom sur ce sujet et le rendre avec la copie.

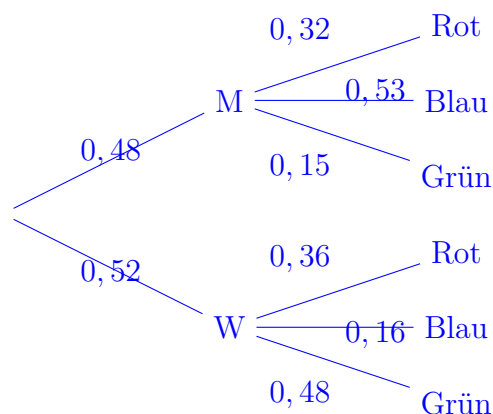
Une feuille de brouillon est autorisée.

Aufgabe n° 1 : Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Eine Statistik hat folgende Ergebnisse zutage gebracht : 52 % der Bevölkerung sind weiblich. 36 % der Frauen und 32 % der Männer geben Rot als Lieblingsfarbe an ; 16 % der Frauen und 53 % der Männer bevorzugen Blau und der jeweilige Rest entschied sich für Grün.

1. Zeichne ein Baumdiagramm mit Stufe 1 = Geschlechtswahl und Stufe 2 = Farbwahl.
2. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist und ihre Lieblingsfarbe Grün ist ?
3. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person die Lieblingsfarbe Grün angibt ?
4. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist, wenn ihre Lieblingsfarbe Grün ist ?
5. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person die Lieblingsfarbe Grün hat, wenn sie weiblich ist ?
6. Untersuche die Farbwahl und das Geschlecht einer Person auf Abhängigkeit.

1.



2. $P(W \cap G) = P(W) \cdot P_W(G) = 0,52 \cdot 0,48 = 24,96 \%$

3. $P(G) = P(W \cap G) + P(M \cap G) = 0,2496 + 0,48 \cdot 0,15 = 32,16 \%$

4. $P_G(W) = \frac{P(W \cap G)}{P(G)} = 77,61 \%$

5. $P_W(G) = 48\%$

6. $P(W) \cdot P(G) = 15,44 \%$ et $P(W \cap G) = 24,96 \%$. Geschlecht und Lieblingsfarbe beeinflussen sich

Aufgabe n° 2 : Wahrscheinlichkeitsrechnung

Eine Friseurkette bietet ihren 5 000 Kunden, die zum Haarschneiden kommen, zwei zusätzliche kombinierbare Dienstleistungen an :

- eine natürliche pflanzliche Färbung namens „Farbpflege“,
- blonde Strähnen, um dem Haar mehr Dimension zu verleihen, genannt „Sonnenbrand-Effekt“.

Es stellt sich heraus, dass 2 000 Kunden nach „Farbpflege“ fragen. Unter denen, die keine „Farbpflege“ möchten, fragen 1 500 Kunden nach dem „Sonnenbrand-Effekt“. Darüber hinaus fragen 1 200 Kunden sowohl nach „Farbpflege“ als auch nach dem „Sonnenbrand-Effekt“.

Ein Kunde wird zufällig befragt.

Wir bezeichnen C als das Ereignis „Der Kunde wünscht eine 'Farbpflege'“.

Wir bezeichnen E als das Ereignis „Der Kunde wünscht einen 'Sonnenbrand-Effekt'“.

1. Füllen Sie die folgende Tabelle aus :

	C	$\overline{C}$	Total
E		1 500	
$\overline{E}$			
Total			5 000

2. Geben Sie die Werte von $P(C)$, $P(C \cap E)$ und $P_{\overline{C}}(E)$ an.

3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Kunde weder „Farbpflege“ noch den „Sonnenbrand-Effekt“ wünscht.

4. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E gleich 0,42 ist.

5. Sind die Ereignisse C und E unabhängig ?

6. Der Kunde hat den „Sonnenbrand-Effekt“ gewählt.

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass er keine „Farbpflege“ wünscht ?

7. Es gibt unterschiedliche Preise für die angebotenen Dienstleistungen.

Wir nennen X den Preis, den jeder Kunde in Euro zahlt.

	Nur Haarschnitt	Haarschnitt mit „Farbpflege“	Haarschnitt mit „Sonnenbrand- Effekt“	Haarschnitt mit „Farbpflege“ und „Sonnenbrand-Effekt“
Werte von k in €	20	50	65	80
$P(X = k)$			0,18	0,24

Nachdem Sie die Tabelle vervollständigt haben, berechnen Sie die Erwartungswert von X .

Interpretieren Sie das Ergebnis im Kontext der Übung.

Exercice n° 2 : Probabilités

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses 5 000 clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Il apparaît que 2 000 des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur-soin », 1 500 des clients demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 1 200 des clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard.

On notera C l'événement « Le client souhaite une "couleur-soin". ».

On notera E l'événement « Le client souhaite un "effet coup de soleil". ».

1. Compléter le tableau suivant :

	C	$\overline{C}$	Total
E		1 500	
$\overline{E}$			
Total			5 000

2. Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_{\overline{C}}(E)$

3. Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin » ni un « effet coup de soleil ».

4. Montrer que la probabilité de l'événement E est égale à 0,42.

5. Les événements C et E sont-ils indépendants ?

6. Le client a choisi un « effet coup de soleil ».

Quelle est la probabilité qu'il ne souhaite pas une « couleur-soin ».

7. On a des prix différents suivant la prestation fournie.

On appelle X le prix payé en euros par chaque client.

	Coupe seule	Coupe avec « couleur soin »	Coupe avec « effet coup de soleil »	Coupe avec « couleur soin » et « effet coup de soleil »
Valeurs de k en €	20	50	65	80
$P(X = k)$			0,18	0,24

Après avoir complété le tableau, calculer l'espérance de X .

Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

1.

	C	$\overline{C}$	Total
E	1 200	900	2 100
$\overline{E}$	800	2 100	2 900
Total	2 000	3 000	5 000

2. D'après le tableau, $P(C) = \frac{2\,000}{5\,000} = 0,4$; $P(C \cap E) = \frac{1\,200}{5\,000} = 0,24$ et $P_{\overline{C}}(E) = \frac{900}{3\,000} = 0,3$

3. On a $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 0,6$

et $P_{\overline{C}}(\overline{E}) = 1 - P_{\overline{C}}(E) = 0,7$

Par conséquent, $P(\overline{C} \cap \overline{E}) = P(\overline{C}) \times P_{\overline{C}}(\overline{E}) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$

La probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil » est égale à 0,42.

4. C et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers. Donc, d'après la formule des probabilités totales, on a

$$\begin{aligned}
 P(E) &= P(C \cap E) + P(\overline{C} \cap E) \\
 &= 0,24 + P(\overline{C}) \times P_{\overline{C}}(E) \\
 &= 0,24 + 0,6 \times 0,3 \\
 &= 0,42
 \end{aligned}$$

La probabilité de l'événement E est bien égale à 0,42

5. D'une part, on a $P(E) = 0,42$.

D'autre part,

$$\begin{aligned}
 P_C(E) &= \frac{P(C \cap E)}{P(C)} \\
 &= \frac{0,24}{0,4} \\
 &= 0,6
 \end{aligned}$$

Par conséquent, $P(E) \neq P_C(E)$. Ainsi les événements C et E ne sont pas indépendants.

6. On cherche $P_E(\overline{C})$

$$\begin{aligned}
 P_E(\overline{C}) &= \frac{P(E \cap \overline{C})}{P(E)} \\
 &= \frac{900}{2\,100} \\
 &= \frac{3}{7}
 \end{aligned}$$

7.

	Coupe seule	Coupe avec « couleur soin »	Coupe avec « effet coup de soleil »	Coupe avec « couleur soin » et « effet coup de soleil »
Valeurs de k en €	20	50	65	80
$P(X = k)$	0,42	0,16	0,18	0,24

$$\begin{aligned}
 E(X) &= 20 \times 0,42 + 50 \times 0,16 + 65 \times 0,18 + 80 \times 0,24 \\
 &= 47,3
 \end{aligned}$$

Ainsi, en moyenne, un client paie 47,30 euros dans ce salon de coiffure.

Aufgabe n° 3 : Suites - Folgen (Abitur 2011)

Herr Sonne errichtet auf dem Dach seines Hauses eine Photovoltaikanlage. Die Kosten zur Installation der Anlage belaufen sich auf 20 000 €.

Die Stromproduktion der Anlage schätzt Herr Sonne nach folgendem Modell :

- Im ersten Jahr des Betriebes liefert die Anlage mit dem Strom 6 000 kWh Energie
- Aufgrund der Abnutzung produziert eine Solaranlage jedes Jahr 2 % weniger Solarstrom.

Der Staat garantiert Herrn Sonne die Abnahme des Stromes zu einem Preis von 0,30 € pro kWh über die Dauer von 20 Jahren. Die Anlage geht am 1. Januar 2011 in Betrieb.

Teil A : Einnahmen nach diesem Modell

Die Folge $(E_n)_{n \geq 0}$ bezeichnet Herrn Sonnes Einnahmen im Laufe des Jahres 2011 + n .

1. Zeigen Sie, dass Herr Sonne am Ende des Jahres 2011 mit einer Einnahme von 1 800 € rechnen kann.
2. Zeigen Sie, dass (E_n) eine geometrische Folge ist und geben Sie ihre explizite Formel an.
Wie hoch ist Herrn Sonnes Einnahme im zwanzigsten Jahr ?
3. Mit welchen Einnahmen kann Herr Sonne insgesamt während der garantierten 20 Jahre rechnen ?
Die Summe der Folgenglieder 0 bis n einer Folge (u_n) mit $u_n = u_0 q^n$ kann durch die geometrischen Summenformel $u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ berechnet werden.

Teil B : Finanzierung

Herr Sonne finanziert die Anlage mithilfe eines Kredites. Seine Bank gibt ihm einen Kredit zu einem festen jährlich Zinssatz von 4 %. Zur Tilgung (Zurückerstattung) des Kredites verwendet Herr Sonne die Einnahmen E_n aus Teil A. Bei Betriebsbeginn am 01.01.2011 sind die Schulden $S_0 = 20\,000$ €.

S_n gibt für $n \geq 1$ den Schuldenstand am 1. Januar im Jahr 2011 + n an, nachdem am jeweiligen Vortag die Zinsen berechnet und die Einnahmen bezahlt wurden. Der Schuldenstand kann mit der rekursiven Formel $S_{n+1} = 1,04S_n - E_n$ berechnet werden.

1. Rechnen Sie die Schuldenstände S_1 und S_2 aus.
2. Im Anhang befindet sich eine Tabelle, in welcher einige Werte der Folgen (S_n) und (E_n) eingetragen sind. Füllen Sie die leeren Felder aus.
3. Wie viele Jahre muss Herr Sonne seine gesamten Einnahmen E_n der Bank bezahlen ? In welchem Jahr muss Herr Sonne nur noch einen Teil seiner Einnahmen an die Bank zurückzahlen ? *Dieser letzte verzinst Teil wird „Schlussrate“ genannt.*
4. Wie hoch ist die Schlussrate ?
5. Berechnen Sie die Summe aller Tilgungen, die Herr Sonne bis zur vollständigen Abzahlung des Kredites der Bank bezahlt.
6. Folgern Sie daraus die Höhe der Kreditkosten, also die Summe der Zinsen, die Herr Sonne der Bank bezahlen muss.

Teil C : Gewinn

Nach Tilgung des Kredites kann Herr Sonne die Einnahmen als Gewinn verbuchen.

1. In welchen Jahren macht Herr Sonne einen Gewinn ? Wie hoch ist sein Gewinn nach 20 Jahren ?
2. Wie groß würde der Gewinn sein, wenn der Staat die garantierte Stromabnahme von 20 Jahre auf 28 Jahre verlängert ?