

Contrôle n° 6 :

Probabilités : Généralités, Variables aléatoires

• • Mercredi 13 mars 2024 • •

La calculatrice est autorisée.

Consigne : mettre son nom sur ce sujet et le rendre.
Une feuille brouillon est autorisée.

Nom :

Prénom :

Classe : 1^{re} ES

Le barème est donné à titre **indicatif**.

Exercice n° 1 : Applications du cours (4 points)

Les questions suivantes sont indépendantes. On demande seulement d'écrire la réponse sur les pointillés. Aucune justification n'est attendue.

1. Voici le tableau incomplet de la loi de probabilité d'un dé truqué à six faces, numérotées de 1 à 6. On lance le dé. Pour un entier i compris entre 1 (inclus) et 6 (inclus), on note x_i la face obtenue et p_i la probabilité qui lui est associée. Par exemple : p_1 est la probabilité d'obtenir x_1 , et x_1 correspond à la face numérotée 1.

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1	

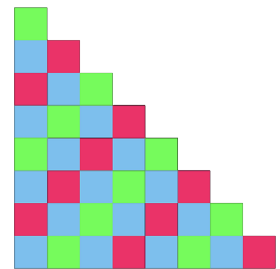
Quelle est la probabilité que le nombre obtenu soit pair ?

Réponse : $\frac{7}{10}$, ou encore 0,7.

2. On choisit au hasard un petit carré dans la figure ci-contre.

Quelle est la probabilité qu'il soit bleu et dans la colonne la plus à gauche ?

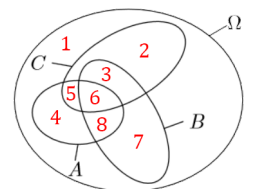
Réponse : Il y a 4 carrés qui sont bleus et dans la colonne de gauche, et 36 carrés au total. Donc la probabilité est $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.



3. Dans la représentation ci-contre, l'ensemble Ω contient les trois sous-ensembles A , B et C .

Quel est le numéro (ou la somme des numéros) correspondant à l'ensemble $(A \cup B) \cap \overline{C}$.

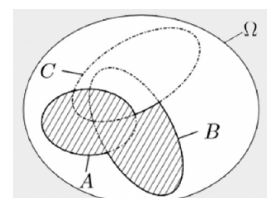
Réponse : 19



4. Dans la représentation ci-contre, l'ensemble Ω contient les trois sous-ensembles A , B et C .

Une partie de Ω est hachurée.

Nommer cette partie grâce aux sous-ensembles A , B et C .



Réponse : $A \cup (B \cap C)$

Exercice n° 2 : FlixNet et Spotty (7 points)

Un sondage auprès de 500 élèves d'un lycée a été réalisé. On a obtenu les résultats suivants :

- 40 % des élèves ont un abonnement à FlixNet.
- 28 % des élèves ont un abonnement à Spotty.
- 30 % des élèves qui ont un abonnement à Flixnet ont également un abonnement à Spotty.

On interroge un élève au hasard. On assimile les probabilités aux fréquences observées.

On note :

- F l'événement « l'élève a un abonnement à FlixNet »
- S l'événement « l'élève a un abonnement Spotty »

1. Compléter le tableau ci-dessous donnant le nombre d'élèves ayant ou non un abonnement à FlixNet ou à Spotty.

	Avec abonnement à FlixNet	Sans abonnement à FlixNet	Total
Avec abonnement à Spotty	60	80	140
Sans abonnement à Spotty	140	220	360
Total	200	300	500

2. Calculer $P(F)$ et $P(S)$

Il y a équiprobabilité sur Ω .

En assimilant es probabilités aux fréquences observées, $P(F) = \frac{200}{500} = \frac{2}{5} = 0,4$.

De la même façon, $P(S) = \frac{140}{500} = \frac{7}{25} = 0,28$.

3. Calculer $P(\bar{S})$, où $\bar{S}$ est l'événement contraire de S .

$$P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0,28 = 0,72.$$

4. Écrire à l'aide des événements F et S l'événement « l'élève interrogé possède les deux abonnements » et calculer la probabilité de cet événement.

L'événement « l'élève interrogé possède les deux abonnements » correspond à l'événement où F et S sont réalisés, donc à l'événement $F \cap S$. 60 élèves parmi les 500 élèves du lycée ont les deux abonnements d'où

$$P(F \cap S) = \frac{60}{500} = 0,12$$

5. Décrire par une phrase l'événement $F \cup S$ et calculer la probabilité de cet événement.

L'événement $F \cup S$ correspond à l'événement « l'élève interrogé possède l'abonnement à FlixNet ou à Spotty » :

$$P(F \cup S) = P(F) + P(S) - P(F \cap S) = 0,4 + 0,28 - 0,12 = 0,56$$

Exercice n° 3 : une expérience aléatoirement ennuyeuse (5 points)

Dans ma trousse, il y a seulement 5 stylos rouges (numérotés de 1 à 5 et 7 stylos verts (numérotés de 1 à 7). Comme je m'ennuie toujours pendant le cours de mathématiques, je réalise l'expérience aléatoire suivante : je tire au hasard un stylo de la trousse **sans le remettre dedans**, je note sa couleur sur un morceau de papier ; je tire ensuite une nouvelle fois au hasard un stylo de la trousse et je note sa couleur à droite de la couleur du premier stylo tiré. Les stylos sont indiscernables au toucher.

1. Calculer $\text{card}(\Omega)$.

$$12 \times 11 = 132$$

2. On note V l'événement : « Les deux stylos tirés sont de couleur verte »

- (a) Calculer $P(V)$

$$7 \times 6 = 42.$$

Il y a équiprobabilité, donc

$$P(V) = \frac{\text{card}(V)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{42}{132} = \frac{21}{66} = \frac{7}{22}$$

- (b) Décrire par une phrase (qui ne contient pas de négation) l'événement contraire de V , noté $\bar{V}$, et calculer $P(\bar{V})$

$\bar{V}$ est l'événement « Tirer au moins un stylo rouge »

$$P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - \frac{7}{22} = \frac{22 - 7}{22} = \frac{15}{22}$$

Exercice n° 4 : trouver le cardinal de l'univers (4 points)

Un sac contient 7 jetons rouges, des jetons jaunes et des jetons bleus. On tire un jeton au hasard. La probabilité de tirer un jeton rouge est $\frac{1}{6}$ et celle de tirer un jeton jaune est $\frac{1}{3}$. Les jetons sont supposés indiscernables au toucher. Combien y a-t-il de jetons dans le sac ?

Justifier, ci-dessous, **soigneusement** la réponse :

Notons j le nombre de boules jaunes et b le nombre de boules bleues. Il y a équiprobabilité, donc d'après l'énoncé

$$\frac{7}{7 + j + b} = \frac{1}{6} \quad (*)$$

De même, toujours d'après l'énoncé, $\frac{j}{7 + j + b} = \frac{1}{3}$

D'après (*), on obtient $7 + j + b = 6 \times 7$, c'est-à-dire $7 + j + b = 42$

D'après la deuxième information, $3j = 7 + j + b$. Donc $3j = 42$, et donc $j = \frac{42}{3} = 14$.

On en conclut que $7 + 14 + b = 42$, donc $21 + b = 42$, donc $b = 21$.

Il y a donc 21 boules bleues dans l'urne.