

Contrôle n° 3 :

Généralités sur les suites

• • Mercredi 29 novembre 2023 • •

La calculatrice **est autorisée**.

Consigne : rendre ce sujet avec la copie.

Nom :

Prénom :

Classe : 1^e ES

Exercice n° 1 : QCM (5 points)

Pour chacune des propositions suivantes, entourer la bonne réponse (sans justification).

1) Soit (u_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{2n}{\sqrt{n+1}}$. Que vaut u_3 ?	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{3}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2
2) Soit (u_n) la suite des entiers impairs. Quelle relation a-t-on entre u_{n+1} et u_n ?	$u_{n+1} =$ $u_n + 1$	$u_{n+1} =$ $u_n + 2$	$u_{n+1} =$ $2u_n$	$u_{n+1} =$ $2u_n + 1$	$u_{n+1} =$ $2(u_n + 1)$
3) Soit (u_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n - n + 1$. Que vaut u_{n+1} ?	$2^{n+1} - n + 1$	$2^n - n$	$2^{n+1} - n + 2$	$2^{n+1} - n$	$2^{2n} - n$
4) Soit (u_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2 + n - 1$. Que vaut $u_{n+1} - u_n$?	3	$2n + 1$	$2n + 2$	$n + 1$	$2n - 1$
5) La population d'une ville est P_n à l'année n . On sait que $P_{2006} = 150\,000$ et que la population augmente de 5 % par an. Combien d'habitants (à 100 près) comptera cette ville en 2009 ?	173 600	165 400	172 500	165 000	180 000

Exercice n° 2 : conjecture de Syracuse (3,5 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite dite « de Syracuse de premier terme 9 », c'est-à-dire la suite définie par $u_0 = 9$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

- si u_n est pair, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$
- si u_n est impair, $u_{n+1} = 3u_n + 1$

Donner les sept premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en justifiant les calculs.

Exercice n° 3 : sens de variation (2 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = -\frac{3n}{n+1}$.

La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est-elle monotone ? Justifier par un calcul.

Exercice n° 4 : étude d'une suite (5,5 points)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_n = 2^n - 3$$

1. Calculer u_0 , u_1 , u_2 et le millièmème terme de la suite (dont on ne cherche pas la valeur numérique, une expression contenant une puissance est autorisée).
2. Représenter les trois premiers termes de la suite sur le graphique de la feuille annexe.
3. Déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

Exercice n° 5 : une représentation graphique (4 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1, 5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -(u_n)^2 + 7u_n - 6 \end{cases}$$

On a représenté en annexe la fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 7x - 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1. Représenter les sept premiers termes de la suite (u_n) sur le graphique donné en annexe.
2. La suite (u_n) semble-t-elle être monotone ? Répondre en s'aidant du graphique.

Bonus

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par

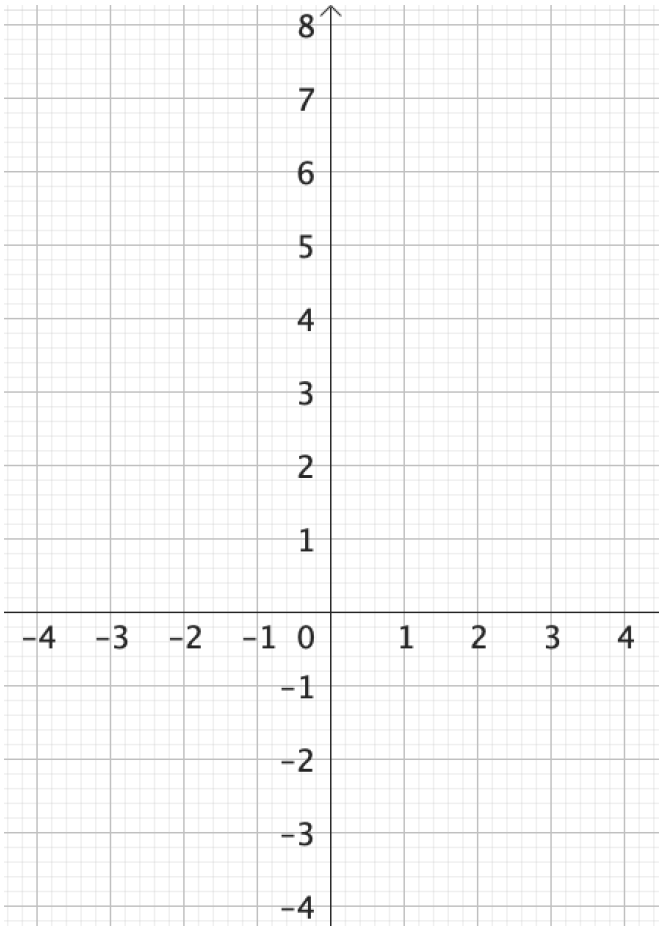
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_1 = 5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n \end{cases}$$

Conjecturer l'expression de u_n en fonction de n .

Indication : On pourra calculer les premiers termes de la suite.

$$2^n + 3^n$$

Annexe à l'exercice 4



Annexe à l'exercice 5

