

Exercice sur les suites : en allemand

Der Energieverbrauch betrug 1991 in Deutschland 14614 PJ ((PJ = 1 Petajoule = 10^{15})). Damals wurde angenommen, dass sich der Energieverbrauch jährlich um 1% verringert. Sei E_n der voraussichtliche Energieverbrauch im Jahr $(1990 + n)$.

1.
 - (a) Geben Sie $E_1, E_2; E_3$ an (gerundet auf PJ).
 - (b) Zeigen Sie, dass (E_n) eine geometrische Folge ist. Geben Sie E_n in Abhängigkeit von n an.
 - (c) Berechnen Sie den voraussichtlichen Energieverbrauch für das Jahr 2004.
 - (d) In wie vielen Jahren hätte sich bei diesen Bedingungen der Energieverbrauch halbiert ?
2. Tatsächlich war im Jahr 2000 der Energieverbrauch 14171 PJ. Die prozentuale jährliche Abnahme zwischen 1991 und 2000 war konstant. Wie groß war diese ?

Correction :

1. (a) $E_1 = 14614 \times 0.99^0 = 14614$ PJ.
 $E_2 = 14614 \times 0.99^1 \approx 14468$ PJ.
 $E_3 = 14614 \times 0.99^2 \approx 14323$ PJ.
(b) Pour montrer que (E_n) forme une suite géométrique, il suffit de dire que $E_{n+1} = 0,99E_n$
(c) Pour l'année 2004, c'est-à-dire $1990 + 14$, nous utilisons la formule qui permet de calculer le terme général d'une suite géométrique :

$$E_{14} = 14614 \times 0,99^{(14-1)} \approx 12824 \text{ PJ}$$

- (d) Pour que la consommation d'énergie soit réduite de moitié, nous devons trouver n tel que $E_n = \frac{14614}{2}$. En résolvant :
 $14614 \times 0,99^{(n-1)} = \frac{14614}{2}$
 $0,99^{(n-1)} = \frac{1}{2}$
Grâce à la calculatrice, on obtient $n = 70$.
Donc, cela prendrait environ 70 ans pour que la consommation d'énergie soit réduite de moitié.
2. Pour trouver la diminution annuelle moyenne en pourcentage entre 1991 et 2000, on utilise la formule :

$$\text{Diminution moyenne} = \frac{\text{Changement total}}{\text{Valeur initiale}} \times 100$$

$$\text{Diminution moyenne} = \frac{\text{Valeur d'arrivée} - \text{Valeur de départ}}{\text{Valeur de départ}} \times 100$$

$$\text{Diminution moyenne} = \frac{14171 - 14614}{14614} \times 100 \approx -3\%$$

Donc, la diminution annuelle moyenne entre 1991 et 2000 était d'environ 3%.