

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 0, u_1 = 1$ et, pour tout n de $\mathbf{N}$, $u_{n+2} = 10 u_{n+1} - 9u_n$

a) Calculer u_2, u_3 et u_4 .

b) Soit (v_n) la suite définie pour tout n de $\mathbf{N}$ par :

$$v_n = u_{n+1} - u_n.$$

Montrer que (v_n) est une suite géométrique.

Calculer v_n , puis u_n en fonction de n .

&&&

Soit a et b deux réels donnés. Soit u la suite définie par : $u_0 = a, u_1 = b$ et,

pour tout entier $n \geq 0$, $u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$.

Montrer que u est une suite périodique de période 6.

&&&

Calculer la somme de quotients suivante en l'écrivant sous la forme $p + q\sqrt{3}$, avec p et q rationnels, sachant que ces quotients sont, dans cet ordre, les termes d'une suite géométrique :

$$S = \frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + 1 + \dots + \frac{27\sqrt{3}}{128} + \frac{81}{256}$$

&&&

Soit u la suite définie par :

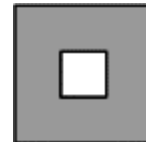
$$u_0 = 1, u_1 = 2 \text{ et, pour tout } n \geq 0, u_{n+2} = \frac{3u_{n+1} - u_n}{2}.$$

Montrer que la suite $v = (u_{n+1} - u_n)$ est géométrique et en donner une détermination explicite.

&&&

Le tableau ci-dessous est une table de multiplication.

x	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81



On sait que la somme des huit nombres cachés est 288. Déterminer le nombre au centre du cache.

&&&

On considère la suite de nombres :

$$1, 1, 2, \frac{1}{2}, 4, \frac{1}{4}, 8, \frac{1}{8}, \dots$$

Déterminer, en fonction de l'entier positif n , le terme de rang n de cette suite.

b) Déterminer la somme de ces n termes.

&&&

On considère la suite u définie sur $\bullet^*$ par : $u_1 = 1$,

$$u_{2n} = u_n \text{ et } u_{2n+1} = (u_n)^2 - 2.$$

a) Déterminer la somme des 100 premiers termes de cette suite.

b) Étudier les cas où $u_1 = 0$, $u_1 = -1$ ou $u_1 = 2$.

&&&

Pour tout n entier strictement positif, on note $n!$ et on appelle « factoriel n » le produit de tous les entiers de 1 à n .

Exprimer grâce à cette notation le nombre

$$A = 1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 99.$$

&&&

Une salle de théâtre comporte 24 rangées de 26 places chacune. Toutes les places sont numérotées, en commençant par le premier rang. Soit n un entier quelconque compris entre 1 à 624.

Déterminer dans quelle rangée se trouve le siège numéroté n .

On place sur la partie entourée en gras du tableau un cache carré de trois cases de côté, avec un trou en son centre (figure ci-dessous).