

Devoir Maison de Mathématiques

L'usage de la calculatrice est autorisé. Un soin tout particulier sera apporté à la justification.

Exercice 1 : Sens de variation et tableau de signes

Une entreprise vend une bouilloire entre 20 € et 40 €.

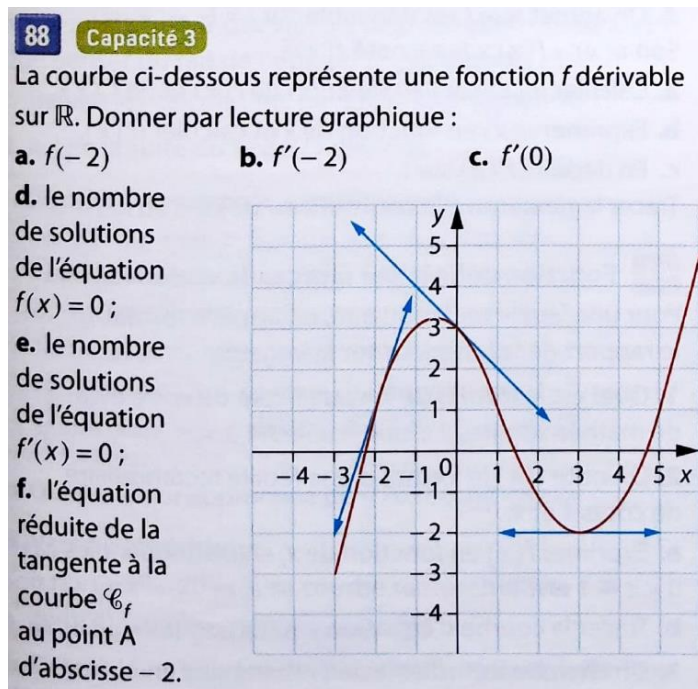
Pour un prix de x euros, une étude de marché montre que :

- la demande (= le nombre de bouilloires achetées par les consommateurs) est $d(x) = -30x + 1800$
- l'offre (= le nombre de bouilloires mis en vente par l'entreprise) est donnée par $f(x) = -\frac{20000}{x} + 1400$.

- 1) a) D'après l'énoncé, quel est l'ensemble de définition des fonctions d et f ?
- b) Déterminer le sens de variation de d , le sens de variation de f . *
- 2) On cherche pour quels prix l'offre est supérieure à la demande.
- a) Proposer une résolution graphique.
- b) Montrer que résoudre ce problème revient à étudier le signe de $-30x^2 + 400x + 20000$.
- c) Développer $(3x - 100)(x + 20)$.
- d) En déduire pour quels prix l'offre est supérieure à la demande.

* cette question se réfère au chapitre précédent

Exercice 2 : Lecture graphique



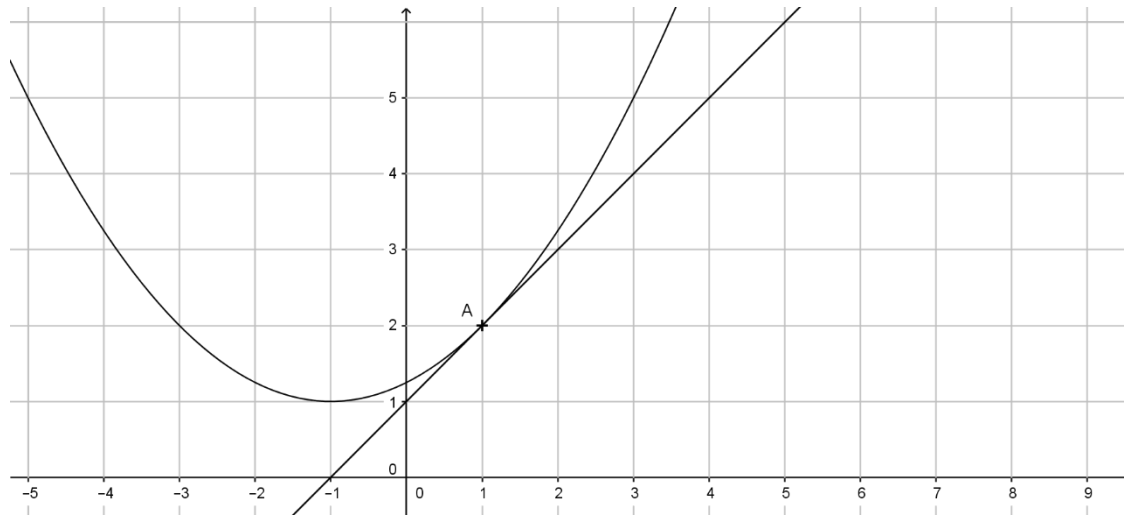
Besoin d'aide ?

$f(a)$ est l'image de a par f , c'est l'ordonnée d'un point de la courbe alors que $f'(a)$ est le coefficient directeur d'une tangente à la courbe (voir exercice résolu 2).

Exercice 3 :

On a représenté la courbe C_f de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $g(x) = 2\sqrt{x}$ (non représentée sur le graphique).



- 1) Déterminer les fonctions dérivées de f et de g .
- 2) Déterminer une équation de la tangente T en $A(1; 2)$ à C_f .
- 3) Montrer que T est aussi une tangente à la courbe C_g de la fonction g .
- 4) Tracer C_g sur le même graphique.

Exercice 4 :

- 1) Tracer la courbe C_f de la fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 4x + 3$.
- 2) Calculer $f'(x)$.
- 3) Soient A et B les points de C_f d'abscisses 0 et 3.
 - a) Déterminer $f'(0)$ et $f'(3)$ puis tracer les tangentes à la courbe en A et en B.
 - b) Donner des équations de ces tangentes puis déterminer leur point d'intersection D.
 - c) Vérifier que D a la même abscisse que le milieu I de $[AB]$.

Pour ceux qui veulent aller plus loin (question facultative hors barème)

- 4) A et B sont maintenant deux points de C_f d'abscisses a et b , réels distincts.
 - a) Démontrer que la tangente en A a pour équation $y = (-2a + 4)x + a^2 + 3$.
 - b) Déterminer, en fonction de a et de b , les coordonnées du point d'intersection des tangentes en A et en B. La propriété observée en 3c) est-elle encore vraie ?