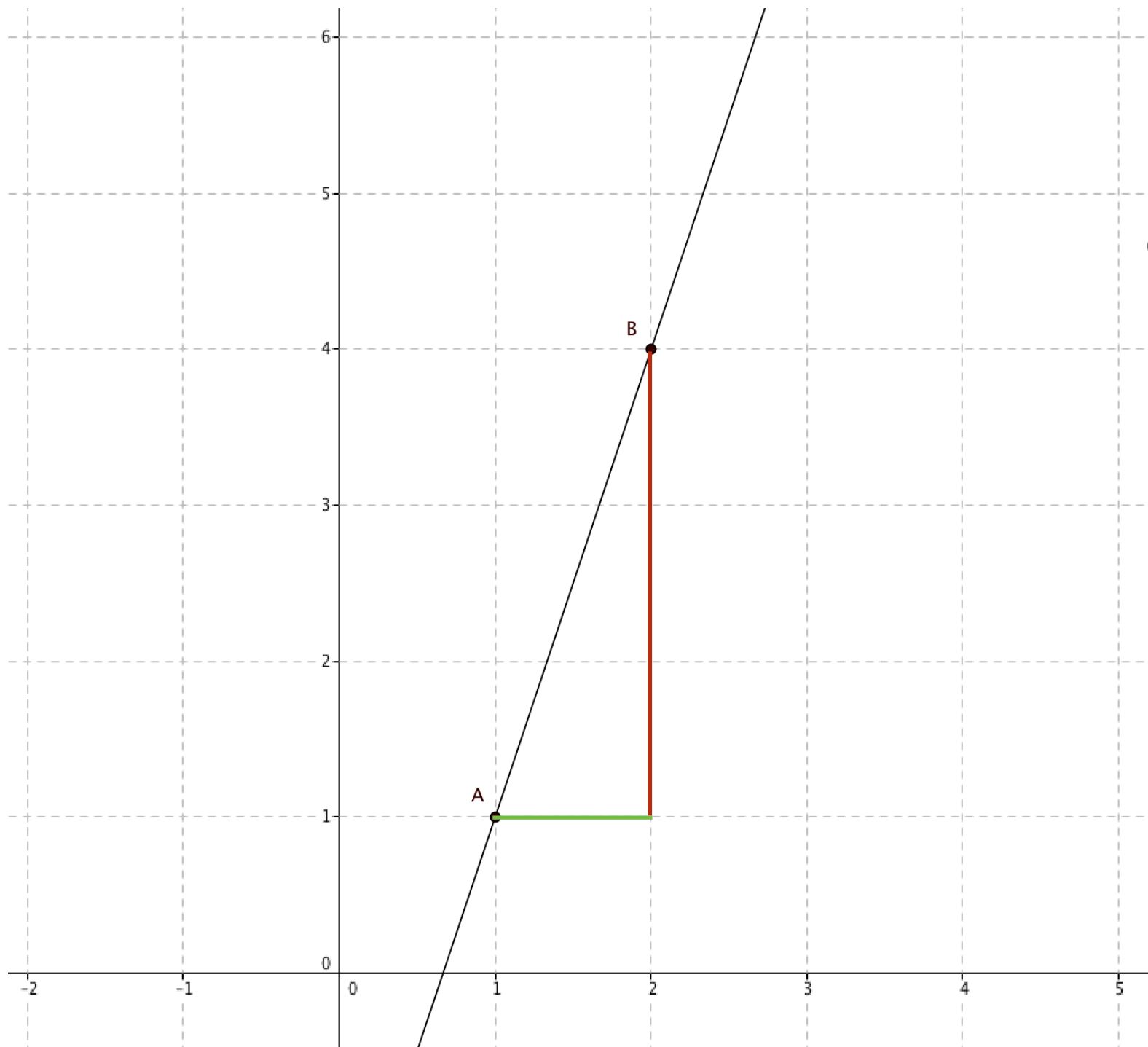


Introduction à la notion de dérivation

DHÉNIN Sacha

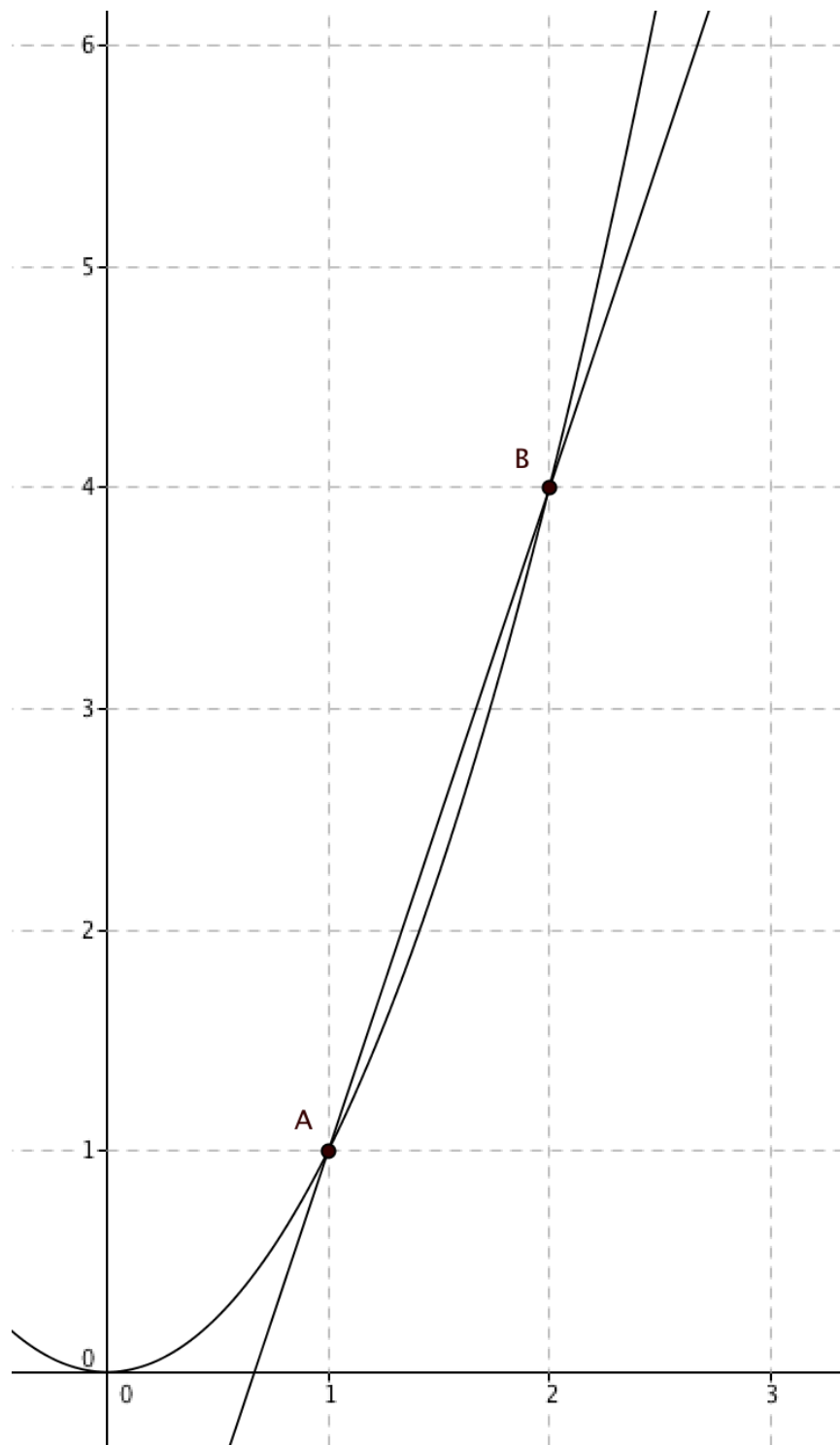
Rappels



Le coefficient directeur de la droite (AB) est donnée par la formule :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

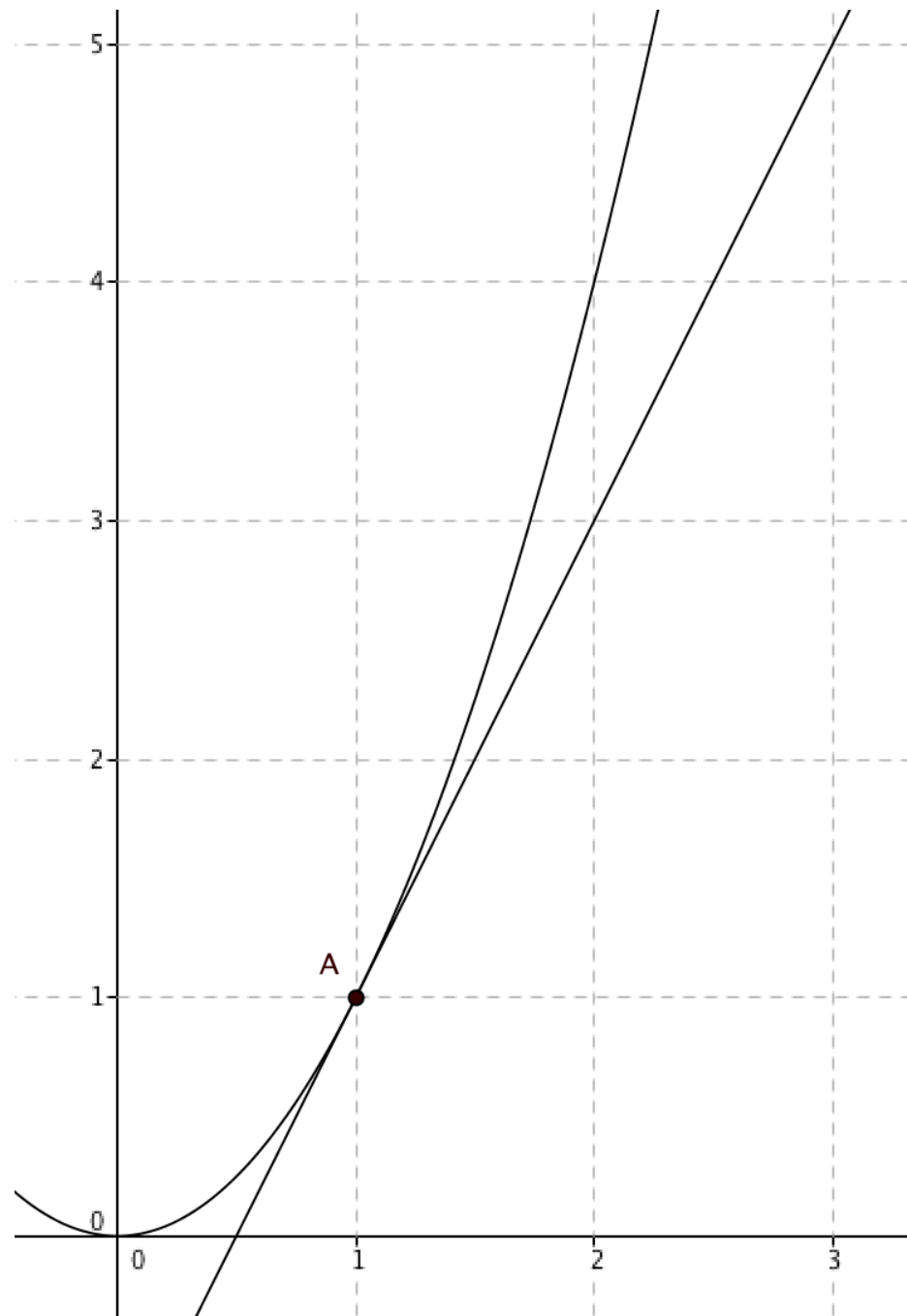
Avec une courbe...



C'est pareil !

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

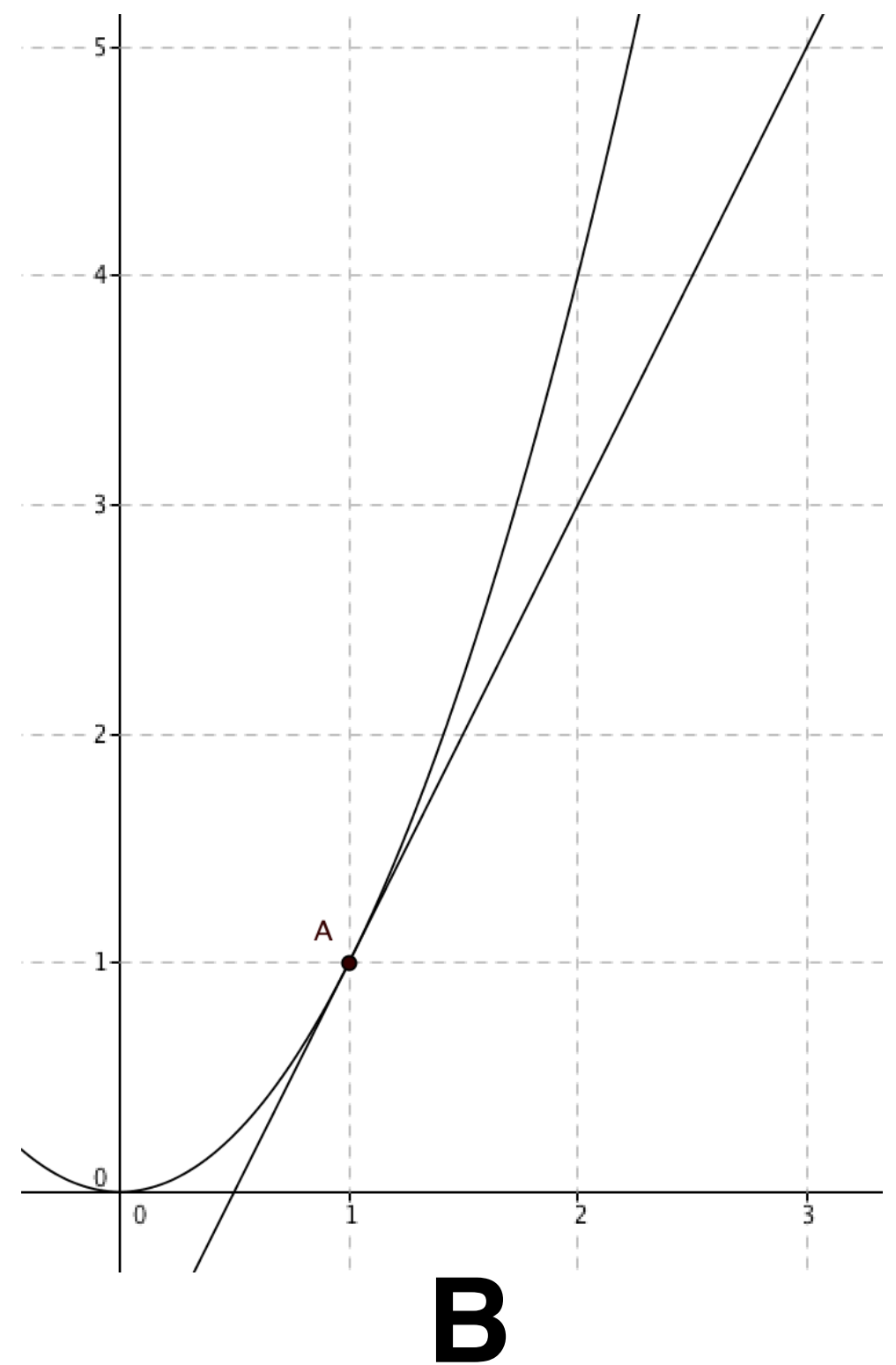
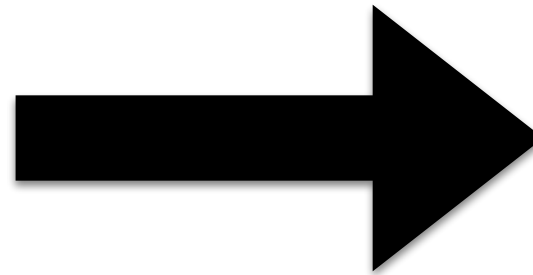
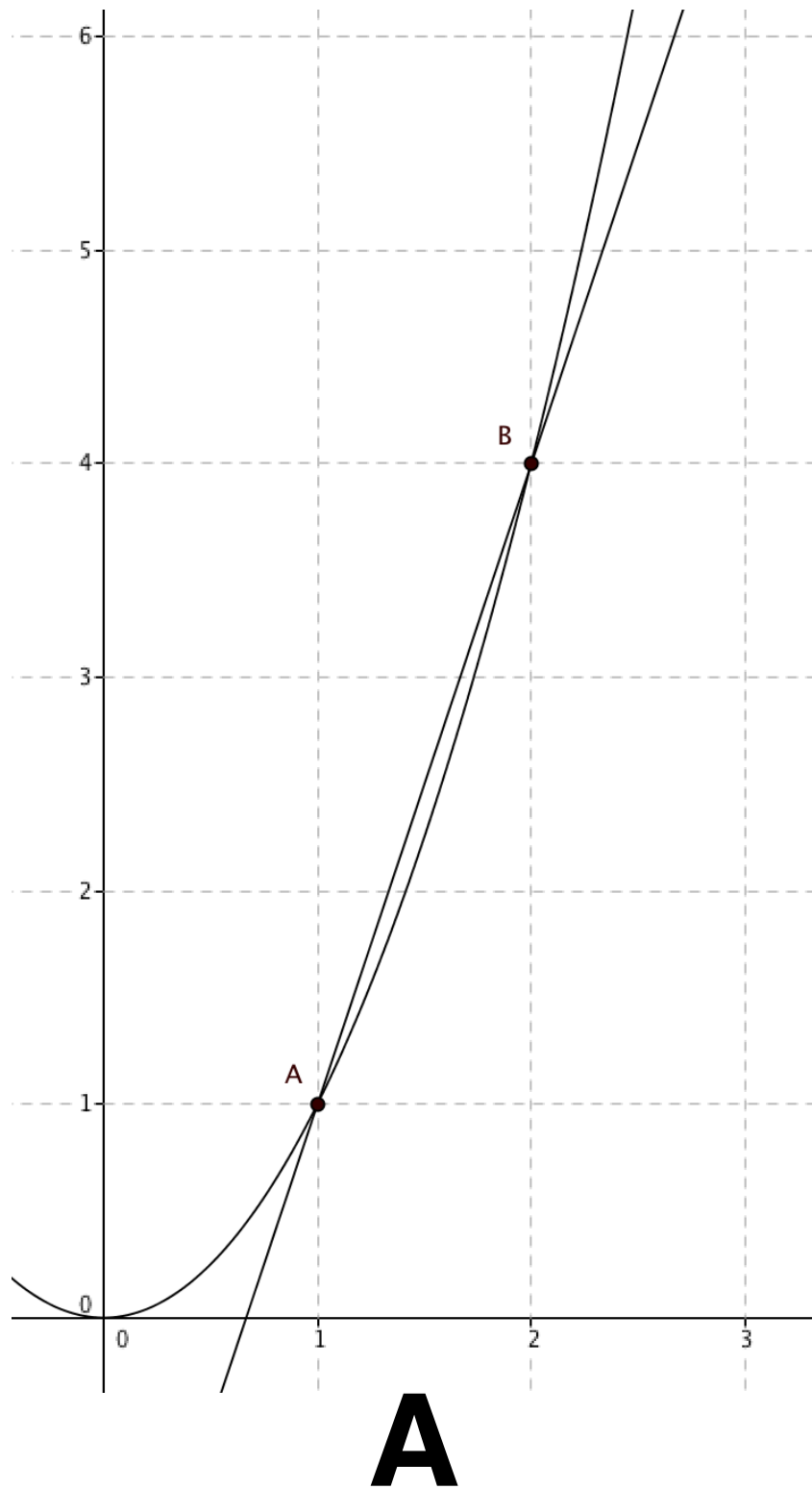
Situons le problème ?

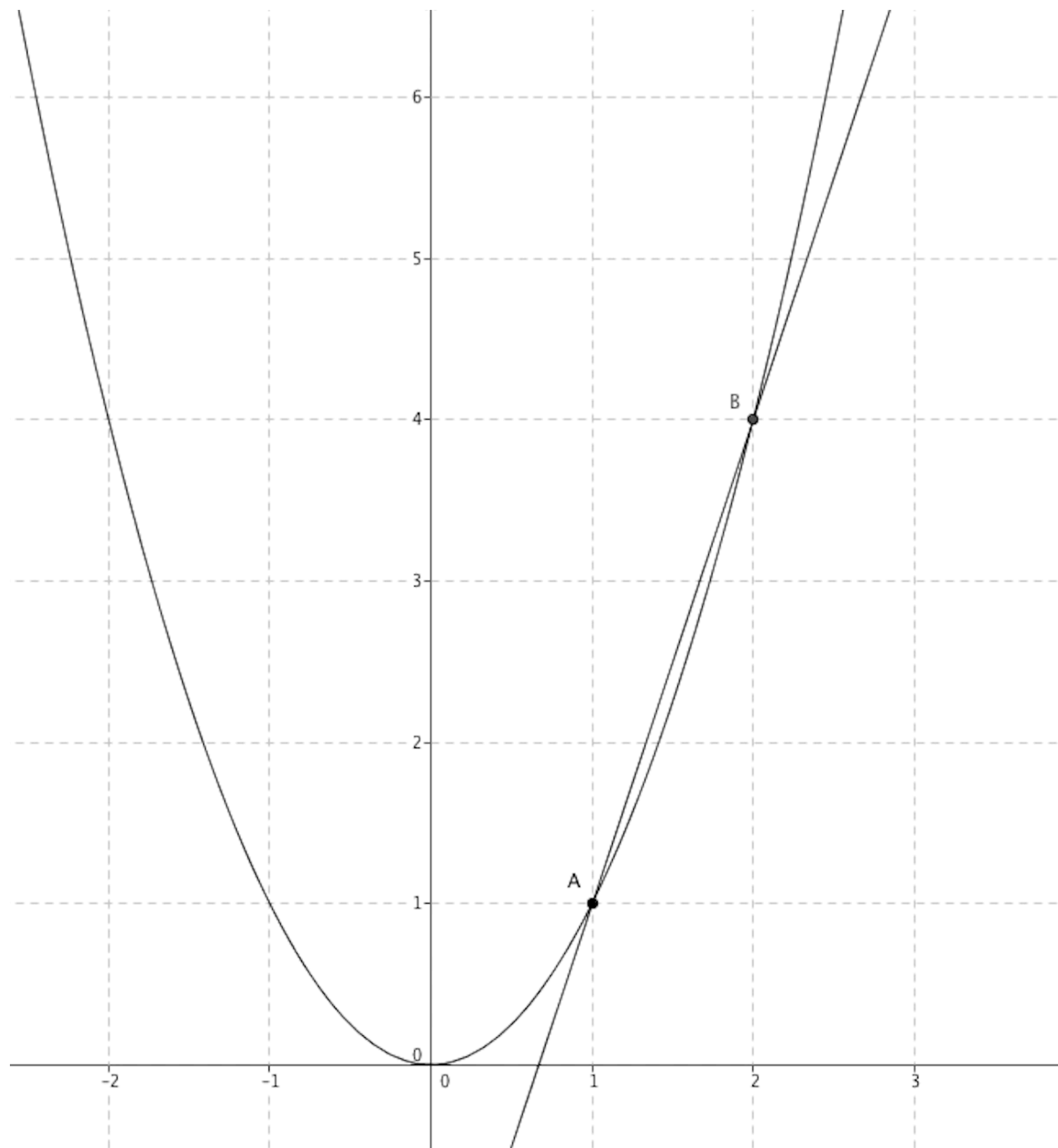


On cherche à calculer
le coefficient directeur
de la tangente à la
courbe au point A...

Imaginons la situation
suivante...

On cherche à transformer **A** en **B**





On peut dire...
(étape 1)

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{(situation initiale)}$$

$$\text{Or, } y = f(x) !$$

Soit (x,y) un point.

y , c'est l'ordonnée, c'est donc une image...

Mais $f(x)$, c'est aussi une image...

Donc $y = f(x) !$

Ainsi...
(étape 2)

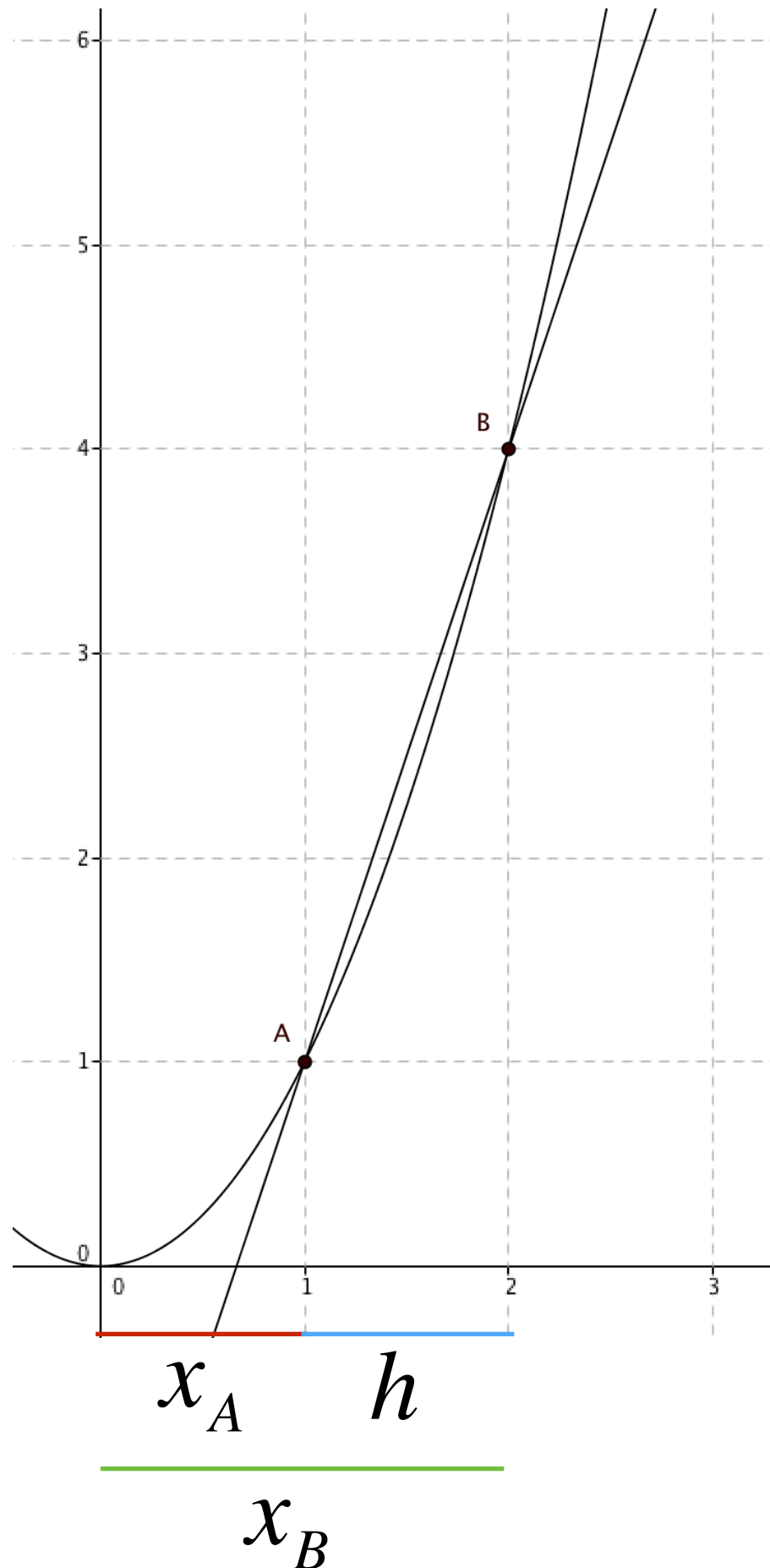
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (\text{situation initiale})$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} \quad (\text{en rappelant } y = f(x))$$

Puis, il faut faire varier la
distance...

Mais comment faire cela en mathématiques ?

Il suffit d'introduire une nouvelle variable...



Si on note h la distance
séparant x_A et x_B ,
on obtient...

Donc, on remarque
bien que :

$$x_B = x_A + h$$

Donc...
(étape 3)

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (\text{situation initiale})$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} \quad (\text{en rappelant } y = f(x))$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{\textcircled{x_A} + h - \textcircled{x_A}} \quad (\text{en posant } x_B = x_A + h)$$

On en conclut...

Avec la formule :

$$a = \frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{h}$$

On a une expression du coefficient directeur de toutes les droites passant par A.

La tangente est celle pour lequel la distance entre les deux points est nulle.

Donc il suffit de dire que $h = 0$!

En fait, non...

Ce n'est pas si simple !

$$a = \frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{h}$$

Si $h = 0$,
on divise par 0...

Astuce ! La limite !

La limite est une extension de la notion d'image, qui marche même si la fonction n'est pas définie au point considéré...

Donc, dans le cas présent...

Si on veut calculer, pour $h = 0$, la quantité :

$$a = \frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{h}$$

Il suffit de dire que le coefficient directeur de la tangente à la courbe, c'est :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{h}$$

En pratique...

- On calcule $T(h) = \frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{h}$, et on cherche à faire disparaître le h au dénominateur.
- On évalue $T(h)$ en $h = 0$.