

Loi binomiale

1 Définition (cas d'application)

La loi binomiale est une loi de probabilité permettant de décrire la probabilité d'événements si ceux-ci ont lieu dans les conditions suivantes :

- Chaque épreuve est réalisée au hasard.
- Chaque épreuve n'admet que deux issues, succès ou échec.
- Les résultats de chaque épreuve sont indépendants les uns des autres.

2 Formules

On considère une expérience aléatoire satisfaisant les conditions de descriptions par une loi binomiale. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de succès.

On appelle p la probabilité de succès à chaque épreuve, et on note n le nombre total d'épreuves. Donc $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$.

- La probabilité d'obtenir k succès est : $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$
- L'espérance est : $E(X) = np$
- L'écart-type est $\sigma(X) = np(1 - p)$

3 Coefficients binominaux

3.1 Définition

On appelle coefficient binomial le nombre $\binom{n}{k}$. Celui-ci a plusieurs significations :

- C'est le nombre de façons de prendre k éléments dans n
- C'est le k coefficient dans le développement de $(a + b)^n$ (cf formule du binôme de Newton)
- C'est le nombre de manières d'obtenir k succès dans n épreuves

3.2 Triangle de Pascal

Les règles de construction sont :

- On commence chaque ligne par un 1 ;
- Chaque terme est la somme des deux supérieurs ;
- On termine chaque ligne par un 1.

On obtient :

$n \backslash k$	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

Les coefficients $\binom{n}{k}$ se lisent dans le triangle en remplaçant k et n par leurs valeurs.