Première partie
Calcul numérique

1 Les nombres relatifs

Définition : Un nombre relatif est un nombre formé de deux parties : son signe et sa partie numérique (qui est entière).

Exemples :
- 3 est un nombre relatif : son signe est $+$ (on dit que 3 est positif) et sa partie numérique est 3.
- -1 est un nombre relatif : son signe est $-$ (on dit que -1 est négatif) et sa partie numérique est 1.
- $-3,2$ n'est pas un nombre relatif : sa partie numérique n'est pas entière.
- 0 est un nombre relatif : son signe est $+$ ou $-$ (ça n'a pas d'important pour 0) et sa partie numérique est 0.

1.1 Addition

- Si les deux nombres à additionner ont le même signe alors :
  - le signe du résultat est le même
  - la partie numérique est la somme des parties numériques des deux nombres
- Si les deux nombres à additionner sont de signes différents :
  - le signe du résultat est le signe de celui dont la partie numérique est la plus grande
  - la partie numérique est la différence des parties numériques des deux nombres

Exemples :
- $-3-7=(-3)+(-7)=-10$
- $3+5=(+3)+(+5)=+8$
- $4-2=(+4)+(-2)=+2$
- $5-8=(+5)+(-8)=-3$

1.2 Soustraction

Définition : L'opposé d'un nombre relation est le nombre dont la partie numérique est la même, mais le signe est contraire.

Exemple : L'opposé de 1 et -1. L'opposé de -4 et 4.

Soustraire un nombre relatif, c'est ajouter son opposé

Exemples :
- $-3-(-7)=-3+(+7)=4$
- $-3-(+7)=-3+(-7)=-10$

1.3 Multiplication

Si les deux nombres à multiplier ont le même signe :
- Le signe du résultat est $+$ (positif)
- La partie numérique est le produit des parties numériques des deux nombres

Si les deux nombres à multiplier sont de signes différents :
- Le signe du résultat est $-$ (négatif)
- La partie numérique est le produit des parties numériques des deux nombres

Exemples :
- $-3 \times (-7) = +21$
- $-8 \times (+7) = -56$
- $0 \times -42 = 0$

1.4 Division

Si les deux nombres à diviser ont le même signe :
- Le signe du résultat est $+$ (positif)
- La partie numérique est le quotient des parties numériques des deux nombres

Si les deux nombres à diviser sont de signes différents :
- Le signe du résultat est $-$ (négatif)
- La partie numérique est le quotient des parties numériques des deux nombres

Exemples :
- $\dfrac{-4}{-2} = 2$
- $\dfrac{-49}{7} = -7$

2 Fractions

voir fiches manuscrites

3 Puissances

voir fiches manuscrites

4 Racines carrées

Définition : Pour un nombre positif noté a, la racine carrée est le nombre qui, multiplié par lui-même, donne a. On le note $\sqrt{a}$.

Exemple : $\sqrt{9} = 3$

Soient a et b deux nombres positifs.
- $\sqrt{a^2} = a$
- $\sqrt{a}^2 = a$
- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

mais **attention** : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$!!!

5 Calcul littéral

Définition : On appelle expression une suite de symboles ($+$, $-$, 3, x). L'expression est littérale si elle contient une lettre.

5.1 Réduire

Définition : Réduire une expression littérale, c'est l'écrire le plus simplement possible.

5.1.1 Retirer les parenthèses

Une parenthèse précédée d'un signe $+$ peut être supprimée avec celui-ci sans modification

Exemple : $3x^2 + (2x + 7) = 3x^2 + 2x + 7$

Une parenthèse précédée d'un signe $-$ peut être supprimée à condition de :
- changer le signe $-$ devant la parenthèse en un signe $+$.
- changer tous les signes entre les parenthèse : les $+$ deviennent des $-$ et les $-$ deviennent des $+$.
- appliquer la règle précédente

Exemple : $8x^3 - (4x^2 + 2x - 3) = 8x^3 + (-4x^2 - 2x + 3) = 8x^3 - 4x^2 - 2x + 3$.

5.1.2 Regrouper

Dans une somme, après avoir supprimé les parenthèses, on peut regrouper les termes de la même famille (les x avec les x, les x^2 avec les x^2...) et les ajouter.

Exemple : $6x - (-4 + 8x) - 2 = 6x + 4 - 8x - 2 = 6x - 8x + 4 - 2 = -2x - 2$

Dans un produit, on peut multiplier les nombres entre eux et les lettres entre elles dans n'importe quel ordre.

Exemple : $x \times 3 \times 2x \times 5 = 3 \times 5 \times 2 \times x \times x = 30 \times x^2 = 30x^2$

3. Développer une expression littérale :

Développer un produit signifie le transformer en somme algébrique.

Règles de développement

Distributivité simple :

$k(a+b) = ka + kb$

$k(a-b) = ka - kb$

Distributivité double :

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Identités remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples :

- $2(x+5) = 2 \times x + 2 \times 5 = 2x + 10$
- $(x+2)(2x-5) = x \times 2x - x \times 5 + 2 \times 2x - 2 \times 5 = 2x^2 - 5x + 4x - 10 = 2x^2 - x - 10$
- $(1+5x)^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 5x + (5x)^2 = 1 + 10x + 25x^2$

4. Factoriser une expression littérale :

Factoriser une somme algébrique signifie la transformer en produit.

Règles de factorisation

Facteur commun :

$ka + kb = k(a+b)$ $\quad ka - kb = k(a-b)$

Identités remarquables :

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $\quad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ $\quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Exemples :

- $3x + 3y = 3(x+y)$
- $4a^2 - 3a = 4a \times a - 3a = a(4a-3)$
- $(2x+1)(x-3) - (6x-5)(2x+1) = (2x+1)[(x-3) - (6x-5)] = (2x+1)(-5x+2)$
- $4x^2 - 20x + 25 = (2x)^2 - 2(2x)(5) + (5)^2 = (2x-5)^2$
- $(x+2)^2 - 81 = (x+2)^2 - 9^2 = (x+2-9)(x+2+9) = (x-7)(x+11)$

6 Équations

Voir fiches manuscrites