

4e

Droite des milieux

Deux exemples résolus

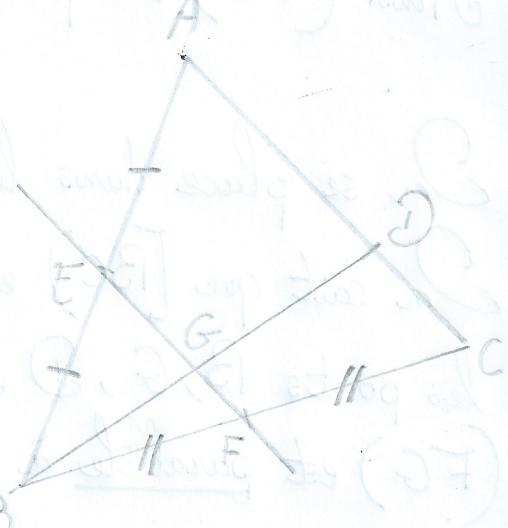
Notes - clés

Exemple 1: Parallèles et milieu

Soit ABC un triangle et D un point du segment $[AC]$.

Soient E et F les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$.

Soit G le point d'intersection entre (EF) et (BD) .



a) Démontrer que (EF) et (AC) sont parallèles.

On se place dans le triangle ABC .

On sait que $[BA]$ et $[BC]$ sont deux demi-droites d'origine B , les points B, E et A , et B, F et C sont alignés dans cet ordre, et que E et F sont les milieux de $[AB]$ et $[BC]$.

Or, si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième.

Donc (EF) et (AC) sont parallèles.

D) Démontrer que G est le milieu de [BD].

On sait que (EF) est parallèle à (AC) , G est un point de $[EF]$ et D appartient à $[AC]$.

Ainsi (FG) est parallèle à (CD) .

On se place dans le triangle BCD .

On sait que $[BC]$ et $[BD]$ sont deux demi-droites d'origine B, les points B, G, D et B, F, C sont alignés dans cet ordre, (FG) est parallèle à (CD) et F est le milieu de $[BC]$.

Or, si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième côté en son milieu.

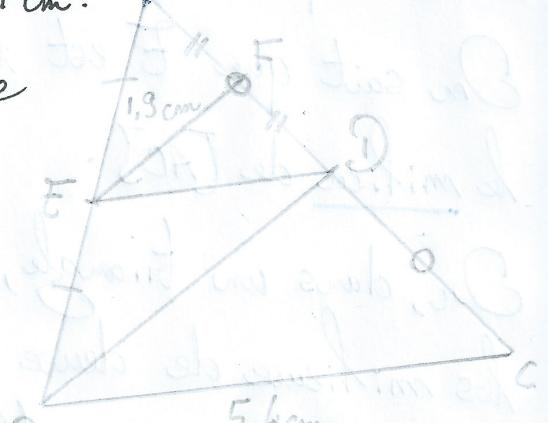
Donc G est le milieu de $[BD]$.

Exemple 2 : Longueurs

Soit ABC un triangle tel que $BC = 5,4 \text{ cm}$.

Soient E et D les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.

Soit F le milieu de $[AD]$.



a) Calculer la longueur BD

On se place dans le triangle ABD .

On sait que E est le milieu de $[AB]$ et F est le milieu de $[AD]$.

Or, dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.

Donc $EF = \frac{1}{2} \times BD$, donc $BD = 2 \times EF$.

$$\text{Ainsi } BD = 2 \times 1,3.$$

On en conclut que $BD = 3,8 \text{ cm}$.

D) Calculer la longueur ED

On se place dans le triangle ABC .

On sait que E est le milieu de $[AB]$ et que D est le milieu de $[AC]$.

Or, dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.

$$\text{Donc } ED = \frac{1}{2} \times BC.$$

$$\text{Ainsi: } ED = \frac{1}{2} \times 5,4$$

On en conclut que $ED = 2,7 \text{ cm}$.