

Interprétation de la dérivée

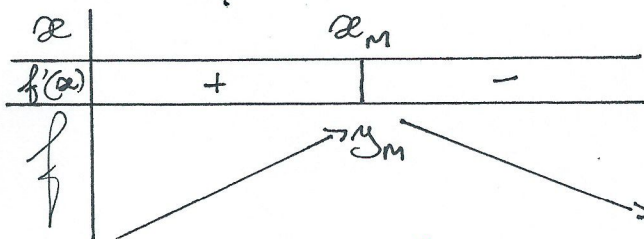
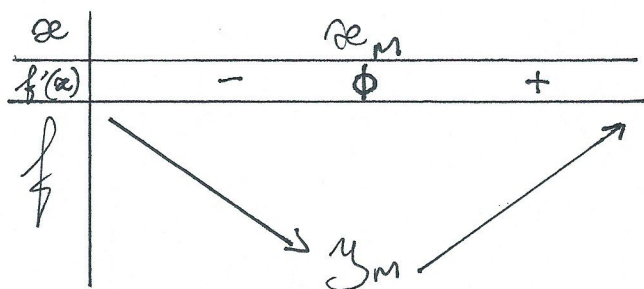
Soit f une fonction et soit f' sa dérivée.

I Sens de variation

On étudie le signe de f' pour connaître les variations de f :

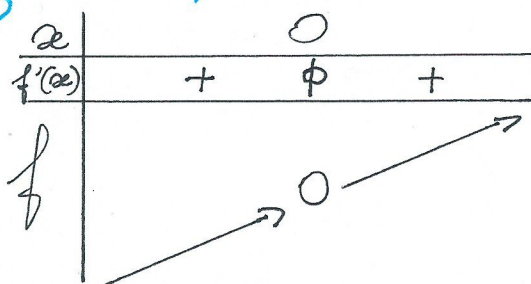
- $f' > 0 \Leftrightarrow f$ est **croissante**
- $f' < 0 \Leftrightarrow f$ est **décroissante**
- $f' = 0 \Leftrightarrow f$ admet un **extremum** $\rightarrow$ $\begin{cases} \text{maximum} \\ \text{ou} \\ \text{minimum} \end{cases}$
 $\hookrightarrow$ et f **change de signe** (!)

On a donc : soit $M(x_M, y_M)$ un extremum



! La condition de changement de signe est importante

Pour $f(x) = x^3$, on a $f'(0) = 0$,
 or $O(0,0)$ n'est pas un extremum.



II) Tangente horizontale

La fonction f admet une tangente horizontale en $A(x_A, f(x_A))$
si $f'(x_A) = 0$

III) Lien entre dérivabilité et continuité

Si f est dérivable sur un intervalle I ,
alors f est continue sur I .

↳ on peut la tracer sans lever le crayon.

! La réciproque est fausse ! (cf la notion de point anguleux)
↳ Pas dérivable quand il
ya un pic



Opérations sur les dérivées

Soient u et v des fonctions. Soit a un réel.

I Addition $\rightarrow$ se comporte bien

$$\text{On a } (u+v)' = u' + v'$$

II Produit d'une fonction et d'un réel $\rightarrow$ se comporte bien

$$\text{On a } (au)' = au'$$

III Produit de deux fonctions

$$\text{On a } (uv)' = u'v + uv'$$

IV Quotient de deux fonctions

⚠ Il faut préciser que le dénominateur ne s'annule pas!

$$\text{On a } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

V Inverse d'une fonction

⚠ Il faut prouver que la fonction ne s'annule pas!

$$\text{On a } \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

VI Composition par racine

$$\text{On a } (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

Il faut que $u > 0$

VII Puissance d'une fonction ($n \in \mathbb{N}$, même $n \in \mathbb{Z}$)

$$\text{On a } (u^n)' = nu' u^{n-1}.$$

Deux formules générales

Soit $k \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$ et u une fonction. On a :

$$\bullet (ku^n)' = knu' u^{n-1}$$

$$\bullet (g \circ f)' = f' \times (g' \circ f)$$