1 Méthode générale de résolution d'une question fréquemment présente dans les exercices sur les suites dans les sujets de bac

1.1 Énoncé

On définit une suite arithmético-géométrique par son premier terme et par la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = au_n + b$.

Il est fréquent que tombe souvent la définition d'une suite auxiliaire (v_n), et qui nous permet d'étudier la suite (u_n).

Le but de cette première partie est de montrer que (v_n) est une suite géométrique, dans la plupart des cas (ceci sera toujours précisé dans l'énoncé du sujet de bac).

1.2 Principe de résolution

1.2.1 Suite géométrique auxiliaire

La résolution de ce type d'exercice est toujours la même. Il faut la retenir (on pourra se souvenir des mots en gras).

Rappelons les données :

(1.) $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = au_n + b$

(2.) $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - \lambda$

Montrer que (v_n) est une suite géométrique revient à, en rappelant la **définition**, montrer que $v_{n+1} = q \times v_n$, où q est à déterminer. Ceci est donc le but, ce que l'on doit trouver à la fin.

D'après la **donnée (2.)**, on peut affirmer que $v_{n+1} = u_{n+1} - \lambda$.

Puis, d'après la **donnée (1.)**, on peut remplacer u_{n+1} par sa valeur. On a ainsi $v_{n+1} = au_n + b - \lambda$.

Ensuite, il faut **transformer la définition de la suite**. La transformation est toujours la même, au lieu que v_n soit isolé, on isole u_n. On a la relation $v_n = u_n - \lambda \iff u_n = v_n + \lambda$.

On peut ensuite **remplacer** $\mathbf{u_n}$ par cette nouvelle valeur dans notre calcul.
On a alors $v_{n+1} = a(u_n - \lambda) + b - \lambda$.

Enfin, on **développe** les calculs, et il suffit ensuite de **simplifier** les constantes.
On obtient alors $v_{n+1} = av_n$.

Remarque : La raison de (v_n) est la valeur de la constante présente devant u_n dans la définition de (u_n).