

Énoncé

$$\text{Soit la fonction } f \text{ sur } \mathbb{R} \text{ par } f(x) = \frac{\frac{(e^{-x})^2}{(e^4)^{-x}} \times e^{\sqrt[3]{27} - \sqrt{\sqrt{16x^4} + x}} \times \sqrt{\frac{2e^{3x+1}(3e^x + 6e^x)}{e^{2x-1}}} \times e^{-x} \times \left(\frac{\sqrt{e^{6-4x}}}{(e^x)^3 \times e^{-2x} \times \frac{1}{e^x}} \right)^{-1}}{e^x (e^x + 2e^x) \times \left(\frac{1}{e^{-2}} \right)^{-2} \times \sqrt{\frac{32768}{16384}} \times \frac{e^{-x} \times e^5 \times e^{2x} \times (e^x)^3 \times e^{-2x}}{e^x}}$$

Montrer que f est une fonction constante sur \mathbb{R} .

N.B. : Deux notations ne sont pas au programme de T.S., mais sont utiles pour résoudre cet exercice :

- La racine cubique de x , noté $\sqrt[3]{x}$, est le nombre qui, élevé à la puissance 3, donne x .
Par exemple : $\sqrt[3]{8} = 2$, car $2^3 = 8$.

De même, il est possible de former la racine n ième d'un nombre. Par exemple, $\sqrt[4]{16} = 2$ et $\sqrt[4]{81} = 3$...
On a aussi $\sqrt[6]{15625} = 5$ et $\sqrt[10]{1024} = 2$.

- La racine carrée d'un nombre, noté \sqrt{x} , peut aussi être notée grâce à des exposants négatifs. On a $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$. Il est possible de généraliser cette notation avec $\sqrt{x^y} = x^{\frac{1}{2}y}$.
Par exemple, $\sqrt{x^{ay^2+by+c}} = x^{\frac{1}{2} \times (ay^2+by+c)}$