Formulaire sur les propriétés des probabilités

- La somme des probabilités vaut toujours 1.
- La probabilité d'un événement impossible est 0.
- La probabilité d'un événement certain est 1.
- La probabilité d'un événement est toujours comprise entre 0 et 1.
- La probabilité du contraire d'un événement A, noté $\overline{A}$, est $p\left(\overline{A}\right) = 1 - p\left(A\right)$.
- A et B sont deux événements incompatibles si $A \cap B = \emptyset$.
- Si A et B sont deux événements incompatibles, alors $p\left(A \cup B\right) = p\left(A\right) + p\left(B\right)$.
- Si A et B sont deux événements quelconques de Ω, alors $p\left(A \cup B\right) = p\left(A\right) + p\left(B\right) - p\left(A \cap B\right)$.
- Si on est dans une situation d'équiprobabilité et que A est un événement élémentaire (i.e. qui n'a qu'une seule issue), alors $p\left(A\right) = \dfrac{1}{n} = \dfrac{1}{\text{card}\left(\Omega\right)}$.
- Si on est dans une situation d'équiprobabilité et que A est un événement, alors $p\left(A\right) = \dfrac{\text{card}\left(A\right)}{\text{card}\left(\Omega\right)}$.
- On représente généralement une loi de probabilité avec une variable aléatoire dans un tableau.
- Si X est une variable aléatoire qui peut prendre des valeurs x_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$, alors par définition $E\left(X\right) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} p\left(X = x_i\right) x_i = \sum_{i=0}^{n} p_i x_i$.
- Si X est une variable aléatoire qui peut prendre des valeurs x_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$, alors par définition $V\left(X\right) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i \left(x_i - E\left(X\right)\right)^2$.
- Si X est une variable aléatoire qui peut prendre des valeurs x_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$, alors par définition $\sigma\left(X\right) = \sqrt{V\left(X\right)}$.
- Formule de Huygens : $V\left(X\right) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - \left(E\left(X\right)\right)^2$ (permet de calculer la variance plus rapidement).
- $E\left(X + a\right) = E\left(X\right) + a$.
- $E\left(\lambda X\right) = \lambda E\left(X\right)$.
- $V\left(X + a\right) = V\left(X\right)$.
- $V\left(\lambda X\right) = \lambda^2 V\left(X\right)$.

- $\sigma(X+a) = E(X)$.
- $\sigma(\lambda X) = |\lambda|\,\sigma(X)$.
- Si A et B sont deux événements de Ω, alors A et B sont indépendants si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.
- X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ s'il y a n expériences indépendantes, chacune à deux issues, qui sont réalisées au hasard dans des conditions identiques.
- Si $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n,p)$, alors $X(\Omega) = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$.
- Si $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n,p)$, alors $E(X) = np$.
- Si $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n,p)$, alors $V(X) = np(1-p)$.
- Si $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n,p)$, alors $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$.
- Si $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n,p)$, alors pour tout $0 \leqslant k \leqslant n$, $p(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.
- $\binom{n}{k} \binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.
- $\binom{n}{0} = 1$
- $\binom{n}{1} = n$
- $\binom{n}{n} = 1$
- Symétrie du triangle de Pascal : $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- Formule de Pascal : $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$
- Formule du binôme de Newton : $(a+b)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$